

ТЕОРІЯ І МЕТОДИ АВТОМАТИЧНОГО УПРАВЛІННЯ

ТЕОРИЯ И МЕТОДЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

THEORY AND METHODS OF AUTOMATIC CONTROL

УДК 517.92

В. Г. Козырев

РЕДУЦИРОВАННЫЙ ОПТИМАЛЬНЫЙ РЕГУЛЯТОР ВЫХОДА СИНГУЛЯРНО ВОЗМУЩЕННЫХ СИСТЕМ

Построено асимптотическое приближение оптимального терминального регулятора выхода сингулярно возмущенных систем, равномерное вне малой окрестности конца области управления. Приближение строится на основе решения редуцированной линейно-квадратичной задачи оптимального управления и дает экономное представление закона управления.

ВВЕДЕНИЕ

Построение равномерного асимптотического приближения оптимального регулятора систем с сингулярными возмущениями требует решения полной асимптотической задачи оптимального управления. Эта задача включает в себя получение как регулярных, так и погранслойных составляющих закона управления [1, 2]. Существенное упрощение достигается, если ограничиться построением лишь регулярной части этого приближения, отбросив погранслойную часть. В простейшем случае нулевого приближения это соответствует решению вырожденной задачи – задачи с нулевым значением малого параметра. Часть уравнений регулятора при этом из дифференциальных становятся алгебраическими, порядок системы уравнений понижается, т. е. задача редуцируется. Подобный редуци-

рованный регулятор имеет более простую форму и алгоритм функционирования. Хотя он и не дает равномерной асимптотики процесса на всем промежутке управления (отклонение имеет место в малой окрестности конца промежутка), он обеспечивает зачастую удовлетворительное качество управления. В первую очередь, это относится к инерционным объектам. Такие объекты практически не реагируют на изменение управления на малом отрезке времени. Поэтому для них редуцированный регулятор близок к полному по точности, а его упрощенность экономит ресурсы бортового компьютера, в памяти которого запоминаются только «медленные» (регулярные) коэффициенты контуров управления.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматривается сингулярно возмущенная задача оптимального управления для линейной системы

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dt} &= A_1(t)y + A_2(t)z + B_1(t)u, \quad y|_{t=0} = y^0, \\ \lambda \cdot \frac{dz}{dt} &= A_3(t)y + A_4(t)z + B_2(t)u, \quad z|_{t=0} = z^0 \quad (1) \end{aligned}$$

с квадратичным функционалом качества

$$I[u(t)] = \frac{1}{2}x'(T)\Phi x(t) + \frac{1}{2}\int_0^T [x'(t)Q(t)x(t) + u'(t)R(t)u(t)]dt. \quad (2)$$

Уравнения (1) заданы на фиксированном отрезке времени $0 \leq t \leq T$; $y \in E^n$, $z \in E^m$, $x = \text{col}[y, z] \in E^{n+m}$ – вектор состояния; $u \in E^r$ – вектор управления; $\lambda > 0$ – малый сингулярно возмущающий параметр; штрих обозначает транспонирование.

Как и в [1], предположим, что:

I. Матрицы $A_i(t)$ ($i = \overline{1, 4}$) и $B_j(t)$ ($j = 1, 2$) непрерывны на отрезке $[0, T]$;

II. Φ – постоянная неотрицательно определенная матрица, для которой используется представление $\Phi = H'FH$, где H – постоянная матрица размера $q \times (n+m)$, $q \leq (n+m)$; F – постоянная положительно определенная матрица $q \times q$;

III. $Q(t)$ – неотрицательно, а $R(t)$ – положительно определенные и непрерывные на $[0, T]$ матрицы.

Обозначим (аргумент t в записи переменных опускаем)

$$A = \begin{bmatrix} A_1 & A_2 \\ \frac{1}{\lambda}A_3 & \frac{1}{\lambda}A_4 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} B_1 \\ \frac{1}{\lambda}B_2 \end{bmatrix},$$

$$S = BR^{-1}B' = \begin{bmatrix} S_1 & \frac{1}{\lambda}S_2 \\ \frac{1}{\lambda}S_2' & \frac{1}{\lambda^2}S_3 \end{bmatrix},$$

$$S_1 = B_1R^{-1}B_1', \quad S_2 = B_1R^{-1}B_2', \quad S_3 = B_2R^{-1}B_2'.$$

При условиях I–III оптимальное управление $u = u(t)$ для задачи (1), (2) определяется известной формулой

$$u = -R^{-1}B'Kx, \quad (3)$$

где, согласно [3],

$$K = P + W'H'(HMH' + F^{-1})^{-1}HW, \quad (4)$$

а матрицы P , W и M в (4) подчиняются уравнениям

$$\frac{dP}{dt} = -PA - A'P + PSP - Q, \quad P|_{t=T} = 0,$$

$$\frac{dW}{dt} = -W(A - SP), \quad W|_{t=T} = E$$

(E – единичная матрица),

$$\frac{dM}{dt} = -WS(t)W', \quad M|_{t=T} = 0. \quad (5)$$

Представление матрицы K в форме (4) используется далее для построения ее асимптотики.

Разобьем матрицы на блоки

$$P = \begin{bmatrix} P_1 & \lambda P_2 \\ \lambda P_2' & \lambda P_3 \end{bmatrix}, \quad W = \begin{bmatrix} W_1 & \lambda W_2 \\ W_3 & \lambda W_4 \end{bmatrix}, \quad M = \begin{bmatrix} M_1 & M_2 \\ M_2' & M_3 \end{bmatrix},$$

$$E = \begin{bmatrix} E_n & 0 \\ 0 & E_m \end{bmatrix}$$

(E_n и E_m – единичные матрицы размеров $n \times n$ и $m \times m$ соответственно).

Тогда три уравнения (5) запишутся как три системы уравнений для блоков

$$\frac{dP_1}{dt} = -P_1A_1 - A_1'P_1 - P_2A_3 - A_3'P_2' + P_1S_1P_1 + P_1S_2P_2' + P_2S_2'P_1 + P_2S_3P_2' - Q_1, \quad P_1|_{t=T} = 0,$$

$$\lambda \frac{dP_2}{dt} = -P_1A_2 - P_2A_4 - \lambda A_1'P_2 - A_3'P_3 + \lambda P_1S_1P_2 + P_1S_2P_3 + \lambda P_2S_2'P_2 + P_2S_3P_3 - Q_2, \quad P_2|_{t=T} = 0,$$

$$\lambda \frac{dP_3}{dt} = -\lambda P_2'A_2 - \lambda A_2'P_2 - P_3A_4 - A_4'P_3 + \lambda^2 P_2'S_1P_2 + \lambda P_2'S_2P_3 + \lambda P_3S_2'P_2 + P_3S_3P_3 - Q_3, \quad P_3|_{t=T} = 0; \quad (6)$$

$$\frac{dW_1}{dt} = -W_1(A_1 - S_1P_1 - S_2P_2') - W_2(A_3 - S_2'P_1 - S_3P_2'), \quad W_1|_{t=T} = E_n,$$

$$\lambda \frac{dW_2}{dt} = -W_1(A_2 - \lambda S_1P_2 - S_2P_3) - W_2(A_4 - \lambda S_2'P_2 - S_3P_3), \quad W_2|_{t=T} = 0,$$

$$\frac{dW_3}{dt} = -W_3(A_1 - S_1P_1 - S_2P_2') - W_4(A_3 - S_2'P_1 - S_3P_2'), \quad W_3|_{t=T} = 0,$$

$$\lambda \frac{dW_4}{dt} = -W_3(A_2 - \lambda S_1P_2 - S_2P_3) - W_4(A_4 - \lambda S_2'P_2 - S_3P_3), \quad W_4|_{t=T} = \frac{1}{\lambda}E_m; \quad (7)$$

$$\frac{dM_1}{dt} = -W_1S_1W_1' - W_1S_2W_2' - W_2S_2'W_1' - W_2S_3W_2', \quad M_1|_{t=T} = 0,$$

$$\frac{dM_2}{dt} = -W_1S_1W_3' - W_1S_2W_4' - W_2S_2'W_3' - W_2S_3W_4', \quad M_2|_{t=T} = 0,$$

$$\frac{dM_3}{dt} = -W_3S_1W_3' - W_3S_2W_4' - W_4S_2'W_3' - W_4S_3W_4', \quad M_3|_{t=T} = 0. \quad (8)$$

Равномерная на отрезке $[0, T]$ асимптотика решений уравнений (6)–(8) согласно [1, 2] имеет общий вид $\bar{P} + \text{ПР}$, $\bar{W} + \text{ПВ}$ и $\bar{M} + \text{ПМ}$, где \bar{P} , \bar{W} и \bar{M} – регулярные части асимптотики (ряды по степеням λ), а ПР , ПВ и ПМ – погранслойные части (ряды), существенные лишь в λ -малой окрестности момента времени $t = T$. При подстановке этой асимптотики в (4) получается равномерная на $[0, T]$ асимптотика всей матрицы K и, по формуле (3), равномерная асимптотика регулятора [1]. Покажем, что для построения асимптотики регулятора (3) вне λ -малой окрестности момента времени $t = T$ можно ограничиться лишь регулярной частью асимптотических разложений P , W и M , отбросив их погранслойные части. Такой редуцированный (усеченный) асимптотический регулятор будет давать равномерное приближение точного регулятора (3) на любом внутреннем отрезке $[0, T_1]$, $T_1 < T$ и, как уже сказано, во многих случаях может успешно использоваться вместо полного, равномерного регулятора из [1].

РЕДУЦИРОВАННАЯ АСИМПТОТИКА МАТРИЦ P, W И M

Наряду с выполнением условий I–III предположим, что выполняются следующие условия [1]:

IV. Все матрицы $A_i(t)$ ($i = \overline{1, 4}$), $B_j(t)$ ($j = 1, 2$), $Q(t)$, $R(t)$ $p + 2$ раза непрерывно дифференцируемы на $[0, T]$ (p – некоторое натуральное число: $p = 0, 1, 2, \dots$);

V. Система (1) по терминологии [4, 5] управляема в пограничном слое, то есть

$$\text{rank}[B_2(t), A_4(t)B_2(t), \dots, A_4^{m-1}(t)B_2(t)] = m$$

на $[0, T]$;

VI. Система (1) наблюдаема в пограничном слое [4, 5], то есть

$$\text{rank}[C_*(t), A_4'(t)C_*(t), \dots, (A_4')^{m-1}(t)C_*(t)] = m$$

на $[0, T]$, где $C_*(t)$ – решение уравнения $C_*'C_* = Q_3$.

Регулярная часть асимптотики $P(t, \lambda)$. При отбрасывании погранслойной составляющей ПР в полном (равномерном на $[0, T]$) асимптотическом разложении матрицы $P = \bar{P} + \text{ПР}$ [1, 5] остается регулярная часть разложения \bar{P} , которая и дает искомую редуцированную асимптотику этой матрицы вне λ -малой окрестности момента времени $t = T$. А именно, для компонент $P_i(t, \lambda)$ этой матрицы можно записать следующие редуцированные асимптотические при $\lambda \rightarrow 0$ разложения:

$$P_i(t, \lambda) = \sum_{k=0}^p \lambda^k \bar{P}_{ik}(t) + o\bar{P}_{ip}(t, \lambda) \quad (i = \overline{1, 3}). \quad (9)$$

Главный член $\sum_{k=0}^p \lambda^k \bar{P}_{ik}(t)$ в (9) представляет собой, как мы видим, сумму степеней λ с матричными коэффициентами $\bar{P}_{ik}(t)$, зависящими от времени. Для определения этих коэффициентов используется алгоритм, описанный в [2] и поясняемый ниже. Остаток $o\bar{P}_{ip}(t, \lambda)$ разложения (9) мал на любом внутреннем фиксированном отрезке $[0, T_1] \subset [0, T]$, $0 < T_1 < T$. Покажем, что он подчиняется оценке при выполнении условий II–VI:

$$\|o\bar{P}_{ip}(t, \lambda)\| = \lambda^{p+1}O(1), \quad (i = \overline{1, 3}), \quad (10)$$

где $\|O(1)\| \leq C$ для всех достаточно малых λ и всех $t \in [0, T_1]$, $C > 0$ – некоторая постоянная.

Оценка (10) непосредственно следует из полного асимптотического разложения $P(t, \lambda)$ и леммы 1 из работы [1]. В самом деле, согласно [1],

$$P_i(t, \lambda) = \sum_{k=0}^p \lambda^k [\bar{P}_{ik}(t) + \text{П}_k P_i(\tau)] + oP_{ip}(t, \lambda), \quad (i = \overline{1, 3}), \quad (11)$$

где $\text{П}_k P_i(\tau)$ ($i = \overline{1, 3}$; $k = 0, 1, \dots, p$) – погранслойные функции, зависящие от «растянутого» («быстрого») времени $\tau = (t - T)/\lambda$ и определяемые с помощью того же алгоритма, что и $\bar{P}_{ik}(t)$. Они затухают как экспоненты

$$\|\text{П}_k P_i(\tau)\| \leq C \exp(a\tau) \quad \text{при } \tau \leq 0, \quad (12)$$

где $C > 0$ и $a > 0$ – некоторые постоянные. Согласно [1], остаток разложения (11) подчиняется оценке

$$\|oP_{ip}(t, \lambda)\| = \lambda^{p+1}O(1) \quad (i = \overline{1, 3}), \quad (13)$$

где $\|O(1)\| \leq C$ для всех достаточно малых λ и всех $t \in [0, T]$. Суммируя (11)–(13), записываем выражение для остатка $o\bar{P}_{ip}(t, \lambda)$ разложения (9) в виде

$$o\bar{P}_{ip}(t, \lambda) = \sum_{k=0}^p \lambda^k \text{П}_k P_i(\tau) + oP_{ip}(t, \lambda),$$

откуда в силу (12) и следует оценка (10) на отрезке $[0, T_1] \subset [0, T]$.

Алгоритм получения коэффициентов разложений $\bar{P}_{ik}(t)$ (и одновременно $\text{П}_k P_i(\tau)$) состоит в том, что главные части разложений (11) подставляются в уравнения (6) в качестве P_i и коэффициенты при одинаковых степенях λ в обеих частях уравнений приравниваются, причем отдельно приравниваются коэффи-

циенты, зависящие от t , и отдельно – зависящие от τ [2]. Это и дает уравнения для определения коэффициентов. Граничные условия для них записываются с учетом граничных условий для (6) тоже аналогично [2]. Сами уравнения и граничные условия для них выписаны в [4, 5]. Приведем их здесь для регулярных коэффициентов $\bar{P}_{ik}(t)$ нулевого приближения $k = 0$.

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{P}_{10}}{d\vartheta} &= -\bar{P}_{10}A_1 - A'_1\bar{P}_{10} - \bar{P}_{20}A_3 - A'_3\bar{P}'_{20} + \\ &+ \bar{P}_{10}S_1\bar{P}_{10} + \bar{P}_{10}S_2\bar{P}'_{20} + \bar{P}_{20}S'_2\bar{P}_{10} + \bar{P}_{20}S_3\bar{P}'_{20} - Q_1, \\ \bar{P}_{10}(t) &= 0, \end{aligned}$$

$$0 = -\bar{P}_{10}(A_2 - S_2\bar{P}_{30}) - \bar{P}_{20}(A_2 - S_3\bar{P}_{30}) - A'_3\bar{P}_{30} - Q_2,$$

$$0 = -\bar{P}_{30}A_4 - A'_4\bar{P}_{30} + \bar{P}_{30}S_3\bar{P}_{30} - Q_3.$$

Аналогично можно записать и уравнения для коэффициентов разложений в более высоких степенях приближений.

Регулярная часть асимптотики $W(t, \lambda)$ образуется аналогично. Для этого отбрасываем погранслоиную часть П W в полном, равномерном на $[0, T]$, разложении матрицы W из [1]. Оставшаяся регулярная часть \bar{W} дает асимптотику матрицы W вне λ -малой окрестности момента времени $t = T$. Запишем ее поблочно

$$W_i(t, \lambda) = \sum_{k=0}^p \lambda^k \bar{W}_{ik}(t) + o\bar{W}_{ip}(t, \lambda) \quad (i = \overline{1, 4}), \quad (14)$$

где $\sum_{k=0}^p \lambda^k \bar{W}_{ik}(t)$ – главная часть разложения блока

$V_i(t, \lambda)$. Коэффициенты $\bar{W}_{ik}(t)$ этого разложения определяются по тому же алгоритму из [2], что и $\bar{P}_{ik}(t)$. Остаток разложения (14) при выполнении условий II–VI равен по норме

$$\|o\bar{W}_{ip}(t, \lambda)\| = \lambda^{p+1}O(1) \quad (i = \overline{1, 4}) \quad (15)$$

для всех малых λ и всех $0 \leq t \leq T_1$. Соотношение (15) сразу следует из полного асимптотического разложения $W(t, \lambda)$ и леммы 2, приведенных в [1], по аналогии с соотношением (10).

В нулевом приближении уравнения и граничные условия для определения коэффициентов $\bar{W}_{ik}(t)$ в (14) имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{W}_{10}}{dt} &= -\bar{W}_{10}(A_1 - S_1\bar{P}_{10} - S_2\bar{P}'_{20}) - \\ &- \bar{W}_{20}(A_3 - S'_2\bar{P}_{10} - S_3\bar{P}'_{20}), \quad \bar{W}_{10}(T) = E_n, \end{aligned}$$

$$0 = -\bar{W}_{10}(A_2 - S_2\bar{P}_{30}) - \bar{W}_{20}(A_4 - S_3\bar{P}_{30}),$$

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{W}_{30}}{dt} &= -\bar{W}_{30}(A_1 - S_1\bar{P}_{10} - S_2\bar{P}'_{20}) - \\ &- \bar{W}_{40}(A_3 - S'_2\bar{P}_{10} - S_3\bar{P}'_{20}), \quad \bar{W}_{30}(T) = -\int_{-\infty}^0 \Pi_0 f_{W_3}(\sigma) d\sigma, \end{aligned}$$

$$0 = -\bar{W}_{30}(A_2 - S_2\bar{P}_{30}) - \bar{W}_{40}(A_4 - S_3\bar{P}_{30}), \quad (16)$$

где

$$\begin{aligned} \Pi_0 f_{W_3}(\tau) &= \\ &= -\Pi_{-1}W_4(\tau)\{A_3(T) - S_3(T)[\bar{P}'_{20}(T) + \Pi_0\bar{P}_2(\tau)]\} \end{aligned}$$

[1]. Для определения конечного условия в (16) необходимо, как видно из последнего выражения, знать погранслоинные функции $\Pi_{-1}W_4(\tau)$ и $\Pi_0P_2(\tau)$. Их можно найти из уравнений [1] следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{d\Pi_0P_2}{d\tau} &= -\Pi_0P_2[A_4(T) - S_3(T)\bar{P}_{30}(T)] - \\ &- [A_3(T) - S_3(T) \cdot \bar{P}'_{20}(T)]' \cdot \Pi_0P_3 + \\ &+ \Pi_0P_2 \cdot S_3(T) \cdot \Pi_0P_3, \quad \Pi_0P_2(0) = -\bar{P}_{20}(T), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{d\Pi_0P_3}{d\tau} &= -\Pi_0P_3[A_4(T) - S_3(T)\bar{P}_{30}(T)] - \\ &- [A_4(T) - S_3(T) \cdot \bar{P}'_{30}(T)]' \cdot \Pi_0P_3 + \\ &+ \Pi_0P_3 \cdot S_3(T) \cdot \Pi_0P_3, \quad \Pi_0P_3(0) = -\bar{P}_{30}(T), \end{aligned}$$

$$\frac{d\Pi_{-1}W_4}{d\tau} = -\Pi_{-1}W_4[A_4(T) - S_3(T)\bar{P}_{30}(T) - S_3(T)\Pi_0P_3],$$

$$\Pi_{-1}W_4(0) = E_m.$$

Аналогично можно получить уравнения для $\bar{W}_{ik}(t)$ в следующих приближениях.

Регулярная часть асимптотики $M(t, \lambda)$. Отбрасывая погранслоинную часть П M в полном равномерном на $[0, T]$ разложении матрицы M [1], получаем редуцированную асимптотику этой матрицы, равномерную вне λ -малой окрестности момента времени $t = T$,

$$M_i(t, \lambda) = \sum_{k=0}^p \lambda^k \bar{M}_{ik}(t) + o\bar{M}_{ip}(t, \lambda), \quad (i = \overline{1, 2}),$$

$$M_3(t, \lambda) = \frac{1}{\lambda} \bar{M}_{3,-1}(t) + \sum_{k=0}^p \lambda^k \bar{M}_{3k}(t) + o\bar{M}_{3p}(t, \lambda). \quad (17)$$

Здесь коэффициенты $\bar{M}_{ik}(t)$ ($i = \overline{1, 3}$) определяются по уже упомянутому алгоритму из [2], а остатки $o\bar{M}_{ip}(t, \lambda)$ ($i = \overline{1, 3}$) подчиняются оценкам

$$\|o\bar{M}_{ip}(t, \lambda)\| = \lambda^{p+1}O(1) \quad (i = \overline{1, 3}) \quad (18)$$

для всех малых λ и всех $0 \leq t \leq T_1$, где $T_1 < T$ – произвольно и фиксировано. Оценка (18) верна согласно полному асимптотическому разложению $M(t, \lambda)$ и лемме 3 из [1] аналогично предыдущим оценкам (10) и (15).

Уравнения и граничные условия для коэффициентов $\bar{M}_{ik}(t)$ в «-1» и нулевом приближениях записываются так:

$$\frac{d\bar{M}_{3,-1}}{dt} = 0,$$

$$\bar{M}_{3,-1}(T) = \int_{-\infty}^0 \Pi_{-1} W_4(\sigma) \cdot S_3(T) \cdot \Pi_{-1} W'_4(\sigma) d\sigma,$$

$$\frac{d\bar{M}_{10}}{dt} = -\bar{W}_{10} S_1 \bar{W}'_{10} - \bar{W}_{10} S_2 \bar{W}'_{20} - \bar{W}_{20} S'_2 \bar{W}'_{10} - \bar{W}_{20} S_3 \bar{W}'_{20}, \quad \bar{M}_{10}(T) = 0,$$

$$\frac{d\bar{M}_{20}}{dt} = -\bar{W}_{10} S_1 \bar{W}'_{30} - \bar{W}_{10} S_2 \bar{W}'_{40} - \bar{W}_{20} S'_2 \bar{W}'_{30} - \bar{W}_{20} S_3 \bar{W}'_{40}, \quad \bar{M}_{20}(T) = \int_{-\infty}^0 \Pi_0 f_{M2}(\sigma) d\sigma,$$

$$\frac{d\bar{M}_{30}}{dt} = -\bar{W}_{30} S_1 \bar{W}'_{30} - \bar{W}_{30} S_2 \bar{W}'_{40} - \bar{W}_{40} S'_2 \bar{W}'_{30} - \bar{W}_{40} S_3 \bar{W}'_{40}, \quad \bar{M}_{30}(T) = \int_{-\infty}^0 \Pi_0 f_{M3}(\sigma) d\sigma,$$

где

$$\Pi_0 f_{M2}(\tau) = -[\bar{W}_{10}(T) \cdot S_2(T) + \bar{W}_{20}(T) \cdot S_3(T)] \times \times \Pi_{-1} W'_4 - \Pi_0 W_2 \cdot S_3(T) \cdot \Pi_{-1} W'_4;$$

$$\begin{aligned} \Pi_0 f_{M3}(\tau) = & -\Pi_{-1} W'_4 \cdot [\bar{W}_{30}(T) \cdot S_2(T) + \bar{W}_{40}(T) \cdot S_3(T)]' - \\ & - [\bar{W}_{30}(T) \cdot S_2(T) + \bar{W}_{40}(T) \cdot S_3(T)] \cdot \Pi_{-1} W'_4 - \\ & - \Pi_{-1} W'_4 \cdot S'_2(T) \cdot \Pi_0 W'_3 - \Pi_0 W_3 \cdot S_2(T) \cdot \Pi_{-1} W'_4 - \\ & - \Pi_{-1} W'_4 \cdot S_3(T) \cdot \Pi_0 W'_4 - \Pi_0 W_4 \cdot S_3(T) \cdot \Pi_{-1} W'_4 - \\ & - \tau \cdot \Pi_{-1} W_4 \cdot S_3^{(1)}(T) \cdot \Pi_{-1} W'_4. \end{aligned}$$

Здесь для определения функций $\Pi_0 f_{M2}(\tau)$ и $\Pi_0 f_{M3}(\tau)$, входящих в выражения для конечных условий, надо сначала найти функции $\Pi_0 W_i(\tau)$ ($i = 2, 4$) ($\Pi_{-1} W_4(\tau)$ уже найдена из предыдущих уравнений). Это можно сделать из следующих уравнений [1]:

$$\frac{d\Pi_0 W_2}{d\tau} = -\Pi_0 W_2 [A_2(T) - S_3(T) \bar{P}_{30}(T) - S_3(T) \Pi_0 P_3] + \Pi_0 f_{W2}(\tau), \quad \Pi_0 W_2(0) = -\bar{W}_{20}(T),$$

$$\frac{d\Pi_0 W_3}{d\tau} = \Pi_0 f_{W3}(\tau), \quad \Pi_0 W_3(0) = \int_{-\infty}^0 \Pi_0 f_{W3}(\sigma) d\sigma,$$

$$\begin{aligned} \frac{d\Pi_0 W_4}{d\tau} = & -\Pi_0 W_3 [A_2(T) - S_3(T) \bar{P}_{30}(T) - S_2(T) \Pi_0 P_3] - \\ & - \Pi_0 W_4 [A_4(T) - S_3(T) \bar{P}_{30}(T) - S_3(T) \Pi_0 P_3] + \Pi_0 W_4(\tau), \\ & \Pi_0 W_4(0) = -\bar{W}_{40}(T), \end{aligned}$$

где $\Pi_0 f_{W2}(\tau) = [\bar{W}_{10}(T) S_2(T) + \bar{W}_{20}(T) S_3(T)] \Pi_0 P_3$; $\Pi_0 f_{W3}(\tau)$ была приведена выше;

$$\begin{aligned} \Pi_0 f_{W4}(\tau) = & -\Pi_{-1} W_4 \times \\ & \times \left\{ [A_4^{(1)}(T) - S_3(T) \bar{P}_{30}^{(1)}(T) - S_3^{(1)}(T) (\bar{P}_{30}(T) + \Pi_0 P_3)] \tau - \right. \\ & \left. - S'_2(T) [\bar{P}_{20}(T) + \Pi_0 P_2] - S_3(T) [\bar{P}_{31}(T) + \Pi_1 P_3] \right\} + \\ & + [\bar{W}_{30}(T) S_2(T) + \bar{W}_{40}(T) S_3(T)] \Pi_0 P_3. \end{aligned}$$

Выражения вида $F^{(1)}(T)$ обозначают здесь и далее первую производную функции $F(t)$ по времени t при $t = T$. Функции $\Pi_0 P_i(\tau)$ ($i = 2, 3$) определены раньше, а $\bar{P}_{31}(T)$ и $\Pi_1 P_3$ находятся из уравнений

$$\frac{d\bar{P}_{30}}{dt} = -\bar{P}_{31} (A_4 - S_3 \bar{P}_{30}) - (A'_4 - \bar{P}_{30} S_3) \bar{P}_{31} + F_{P30}(\vartheta),$$

где

$$F_{P30}(\vartheta) = -\bar{P}'_{20} A_2 - A'_2 \bar{P}_{20} + \bar{P}'_{20} S_2 \bar{P}_{30} + \bar{P}_{30} S'_2 \bar{P}_{20}$$

и

$$\frac{d\Pi_1 P_3}{d\tau} = -\Pi_1 P_3 \{A_4(T) - S_3(T) [\bar{P}_{30}(T) + \Pi_0 P_3]\} - \{A_4(T) - S_3(T) [P_{30}(T) + \Pi_0 P_3]\}' \cdot \Pi_1 P_3 + \Pi_1 F_{P3}(\tau),$$

где

$$\begin{aligned} \Pi_1 P_{P3}(\tau) = & -\Pi_0 P'_2 \cdot [A_2(T) - S_2(T) \cdot \bar{P}_{30}(T)] - \\ & - [A_2(T) - S_2(T) \cdot \bar{P}_{30}(T)]' \cdot \Pi_0 P_2 - \\ & - \Pi_0 P_3 \cdot \alpha_{41} - \alpha'_{41} \cdot \Pi_0 P_3 + \Pi_0 P'_2 \cdot S_2(T) \cdot \Pi_0 P_3 + \\ & + \Pi_0 P_3 \cdot S'_2(T) \cdot \Pi_0 P_2 + \Pi_0 P_3 \cdot S_3^{(1)}(T) \cdot \tau \cdot \Pi_0 P_3, \end{aligned}$$

$$\alpha_{41} = (A_4^{(1)} - S_3 \bar{P}_{30}^{(1)} - S_3^{(1)} \bar{P}_{30})_{t=T} \cdot \tau - (S'_2 \bar{P}_{20} + S_3 \bar{P}_{31})_{t=T}.$$

Таким же способом можно выписать уравнения и для последующих коэффициентов разложений (17).

РЕДУЦИРОВАННАЯ АСИМПТОТИКА МАТРИЦЫ К И АСИМПТОТИКА РЕГУЛЯТОРА

Используя разложения (9), (14) и (17), запишем редуцированное асимптотическое приближение мат-

рицы K (4). Обозначим главные части этих разложений выражениями с тильдой. Тогда

$$\hat{P}_{ip}(t, \lambda) = \sum_{k=0}^p \lambda^k \bar{P}_{ik}(t) \quad (i = \overline{1, 3}),$$

$$\hat{W}_{ip}(t, \lambda) = \sum_{k=0}^p \lambda^k \bar{W}_{ik}(t) \quad (i = \overline{1, 4}),$$

$$\hat{M}_{ip}(t, \lambda) = \sum_{k=0}^p \lambda^k \bar{M}_{ik}(t) \quad (i = \overline{1, 3}),$$

$$\hat{M}_{4p}(t, \lambda) = \sum_{k=-1}^p \lambda^k \bar{M}_{4k}(t).$$

Составим матрицу

$$\bar{K}(t, \lambda) = \bar{P}(t, \lambda) + \bar{W}'(t, \lambda)H'[H\bar{M}(t, \lambda)H' + F^{-1}]H\bar{W}(t, \lambda),$$

$$\text{где } \bar{P}(t, \lambda) = \begin{bmatrix} \hat{P}_{1p}(t, \lambda) & \lambda \hat{P}_{2p}(t, \lambda) \\ \lambda \hat{P}'_{2p}(t, \lambda) & \lambda \hat{P}_{3p}(t, \lambda) \end{bmatrix};$$

$$\bar{W}(t, \lambda) = \begin{bmatrix} \hat{W}_{1p}(t, \lambda) & \lambda \hat{W}_{2p}(t, \lambda) \\ \lambda \hat{P}'_{3p}(t, \lambda) & \lambda \hat{P}_{4p}(t, \lambda) \end{bmatrix};$$

$$\bar{M}(t, \lambda) = \begin{bmatrix} \hat{M}_{1p}(t, \lambda) & \hat{M}_{2p}(t, \lambda) \\ \hat{P}'_{2p}(t, \lambda) & \hat{M}_{3p}(t, \lambda) \end{bmatrix}.$$

Для самой матрицы $\bar{K}(t, \lambda)$ также примем блочное представление

$$\bar{K}(t, \lambda) = \begin{bmatrix} \hat{K}_{1p}(t, \lambda) & \lambda \hat{K}_{2p}(t, \lambda) \\ \lambda \hat{K}'_{2p}(t, \lambda) & \lambda \hat{K}_{3p}(t, \lambda) \end{bmatrix}.$$

Теорема. При выполнении условий II–VI матричные функции $K_{ip}(t, \lambda)$ ($i = \overline{1, 3}$) являются p -ми асимптотическими приближениями для функций $K_i(t, \lambda)$ ($i = \overline{1, 3}$) при $\lambda \rightarrow 0$, равномерными по t на любом отрезке $[0, T_1] \subset [0, T]$, то есть

$$K_i(t, \lambda) = \bar{K}_{ip}(t, \lambda) + o\bar{K}_{ip}(t, \lambda) \quad (i = \overline{1, 3}),$$

где при всех $t \in [0, T_1]$ (T_1 – любое фиксированное число такое, что $0 < T_1 < T$) и всех $\lambda \in (0, \lambda_0]$ ($\lambda_0 > 0$ – некоторое число) для остатков $o\bar{K}_{ip}(t, \lambda)$ справедливы неравенства

$$\|o\bar{K}_{1p}(t, \lambda)\| \leq C\lambda^{p+1}, \quad \|o\bar{K}_{ip}(t, \lambda)\| \leq C\lambda^p \quad (i = 2, 3),$$

где $C > 0$ – некоторая постоянная.

Доказательство теоремы аналогично доказательству теоремы из [1] с учетом сформулированных в [1] лемм об экспоненциальном убывании пограничных функций и вида матриц $\bar{P}(t, \lambda)$, $\bar{W}(t, \lambda)$ и $\bar{M}(t, \lambda)$.

Из теоремы следует, что подстановка матрицы \bar{K} в формулу (3) вместо K дает равномерное асимптотическое приближение регулятора с точностью до $O(\lambda^{p+1})$ на отрезке $[0, T_1] \subset [0, T]$.

ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Козырев В. Г. Оптимальный регулятор выхода сингулярно возмущенных систем / Радиоэлектроника. Информатика. Управление. – 2003. – № 10. – С. 125–131.
2. Васильева А. Б. Асимптотические разложения решений сингулярно возмущенных уравнений / А. Б. Васильева, В. Ф. Бутузов. – М.: «Наука», 1973. – 272 с.
3. Козырев В. Г. Терминальная ошибка почти точного оптимального приведения в ноль / Динамические системы: межвед. науч. сб. – Симферополь: КФТ. – 2001. – Вып. 17. – С. 18–22.
4. Kokotovic P. V. Singular Perturbations of Linear Regulators: Basic Theorems / P. V. Kokotovic, R. A. Yackel // IEEE Trans. on Automatic Control. – 1972. – V. 17, No. 1, February. – P. 29–37.
5. Yackel R. A. Метод пограничного слоя для матричного уравнения Риккати / R. A. Yackel P. V., Kokotovic // IEEE Trans. on Automatic Control. – 1973. – V. 18. – No. 1, February. – P. 17–24.

Надійшла 19.07.04
Після доробки 14.03.05

Побудовано асимптотичне наближення оптимального термінального регулятора виходу сингулярно збурених систем, рівномірне поза малою околицею кінця області керування. Наближення будується на підставі рішення редукованої лінійно-квадратичної задачі оптимального керування й дає економічне подання законів керування.

Uniform at the control field outside a small vicinity of its end, the asymptotic approximation of the optimal terminal output regulator of a singular perturbed system is constructed. The approximation is obtained on the basis of the reduced linear-quadratic optimal control problem solution and it gives the economical control law presentation.

И. А. Орловский

ИДЕНТИФИКАЦИЯ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ И МОМЕНТА СОПРОТИВЛЕНИЯ В ЭЛЕКТРОПРИВОДЕ ПОСТОЯННОГО ТОКА

Рассмотрен способ идентификации в реальном времени момента инерции и момента сопротивления механизма с приводом постоянного тока, значения которых зависят от угла поворота вала двигателя. Получены уравнения для расчета моментов инерции и сопротивления по показаниям датчиков тока и частоты вращения. Моделирование работы электропривода и идентификации параметров подтвердили высокую точность предложенного способа.

Для повышения качества управления и реализации оптимальных систем управления все более важными становятся вопросы идентификации параметров электропривода. Использование в настоящее время микропроцессоров в электроприводе позволяет выполнять необходимые для идентификации вычисления.

В ряде механизмов, выполняющих циклическую работу (опрокидыватели, роботы-манипуляторы, экскаваторы, моталки и др.), момент инерции механизма и статический момент сопротивления механизма (далее момент сопротивления) являются нелинейными и зависят от угла поворота вала двигателя. Эта зависимость может оставаться неизменной в течение нескольких циклов работы. Расчет регуляторов классическими способами выполняется для определенных фиксированных параметров объекта и не учитывает изменения его параметров. Полученные при идентификации в процессе работы параметры объекта используются в математических выражениях классически определенных регуляторов, что позволяет повысить качество переходных процессов.

Вопросам идентификации параметров привода постоянного тока посвящено большое количество работ. В [1] авторы отмечают, что из условий наблюдаемости параметры электромеханической системы могут быть определены только в динамическом режиме. Рассматривается вопрос идентифицируемости параметров электропривода за счет гармонического изменения напряжения, приложенного к якорю двигателя. Определяются необходимые минимальные значения амплитуд гармонических составляющих выходного напряжения тиристорного преобразователя для обеспечения идентифицируемости параметров электропривода. В [2] отмечается сложность идентификации параметров привода постоянного тока при наличии гармонических составляющих в напряжении питания двигателя. Идентификацию предлагается выполнять из

уравнений энергетического баланса. Для вычисления параметров принимается достаточно узкий диапазон изменения момента инерции ($\pm 6\%$). В [3] идентификация параметров двигателя реализуется автоматизированным диагностическим комплексом. Измерения выполняются с частотой 10 кГц. Отмечаются сложности реализации, связанные с дискретностью измерений. Установлено, что максимум ошибки идентификации электромагнитной постоянной времени совпадает с максимумом второй производной тока. Ошибка идентификации составляла от 5 до 35%. При этом момент инерции и момент сопротивления механизма считались неизменными. В [4] рассмотрен способ определения момента сопротивления и электромеханической постоянной времени привода постоянного тока при работе регулятора скорости в режиме отсечки без использования информации от датчика скорости. Для этого во время пуска двигателя измеряются токи и напряжения при двух разных значениях напряжения отсечки тока. Для получения необходимых зависимостей принимается, что моменты инерции и сопротивления во время пуска остаются неизменными. В [5] рассмотрено применение нечеткой нейронной рекуррентной много модельной сети для систем идентификации сложных нелинейных объектов на примере электропривода постоянного тока. Такая система позволяет обеспечить высокую точность (порядка 2%) получения модели привода через несколько периодов задающего сигнала, однако требует значительных вычислительных ресурсов и не обеспечивает идентификацию параметров, необходимых для настройки регуляторов.

Целью статьи является идентификация с высокой точностью в процессе работы привода зависимостей момента инерции и момента сопротивления механизма от угла поворота вала двигателя.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Пусть в реальном механизме, исходя из его устройства и технологии, существуют нелинейные зависимости момента инерции $J = f(\alpha)$ и момента сопротивления $M_c = f(\alpha)$ от угла поворота вала двигателя α . Описание этих зависимостей удобно выполнять для нормированных значений момента инерции и момента сопро-

тивления. Введем коэффициенты, характеризующие нелинейность

$$k_J(\alpha) = \frac{J(\alpha)}{J_H},$$

$$k_M(\alpha) = \frac{M_C(\alpha)}{M_H},$$

где J_H, M_H – номинальные значения момента инерции привода и момента двигателя, $J(\alpha), M_C(\alpha)$ – реальные значения момента инерции и момента сопротивления механизма; $k_J(\alpha), k_M(\alpha)$ – значения нелинейных коэффициентов момента инерции и момента сопротивления механизма.

Уравнение движения привода при изменяющихся моментах инерции и сопротивления имеет вид

$$M(t) - M_C(\alpha) = \frac{d[J(\alpha) \cdot \omega(t)]}{dt}, \quad (1)$$

где $M(t), \omega(t)$ – момент и частота вращения двигателя. Угол поворота α при движении также является функцией времени.

Уравнение (1) с учетом введенных коэффициентов и после дифференцирования произведения примет вид

$$i(t) \cdot C_M - k_M(\alpha) \cdot M_H = J_H \cdot \omega(t) \cdot \frac{dk_J(\alpha)}{dt} + k_J(\alpha) \cdot J_H \cdot \frac{d\omega(t)}{dt}, \quad (2)$$

где $i(t)$ – ток якоря двигателя, C_M – постоянная момента двигателя. В уравнение (2) соответствует двигателю постоянного тока с постоянным магнитным потоком возбуждения. При использовании другого вида двигателя необходимо использовать соответствующее выражение момента двигателя. Дальнейшие расчеты, приведенные ниже, остаются такими же.

Для выполнения расчетов в дискретной системе представим (2) в виде разностного дифференциального уравнения

$$i(t_1) \cdot C_M - k_M(\alpha_1) \cdot M_H = \frac{J_H \cdot \omega(t_1) \cdot [k_J(\alpha_2) - k_J(\alpha_1)]}{t_2 - t_1} + \frac{J_H \cdot k_J(\alpha_1) \cdot [\omega(t_2) - \omega(t_1)]}{t_2 - t_1}, \quad (3)$$

где α_1 и α_2 – значения углов поворота в моменты времени t_1 и t_2 . Обозначим такт счета $\Delta t_1 = t_2 - t_1$. При описании движения уравнением (3) принимается, что на всем промежутке времени Δt_1 производные момента инерции и частоты вращения остаются неизменными. Неизвестными в данном уравнении являются

$k_M(\alpha_1), k_J(\alpha_1)$ и $k_J(\alpha_2)$, остальные величины являются константами либо измеряются.

В момент времени t_2 уравнение движения имеет вид

$$i(t_2) \cdot C_M - k_M(\alpha_2) \cdot M_H = \frac{J_H \cdot \omega(t_2) \cdot [k_J(\alpha_3) - k_J(\alpha_2)]}{t_3 - t_2} + \frac{J_H \cdot k_J(\alpha_2) \cdot [\omega(t_3) - \omega(t_2)]}{t_3 - t_2}, \quad (4)$$

где α_3 – значение угла поворота в момент времени t_3 .

При реализации интервал времени Δt одинаков в уравнении (3) и (4), т. е. $\Delta t_1 = t_2 - t_1 = t_3 - t_2$. Для возможности вывода относительно простых аналитических выражений, не смотря на вносимую погрешность идентификации, линеаризуем зависимость момента инерции от α на малом интервале $2\Delta t_1$ (от t_1 до t_3). С учетом этого можно принять $k_J(\alpha_1) - k_J(\alpha_2) = k_J(\alpha_2) - k_J(\alpha_3)$, тогда уравнение (4) можно записать следующим образом

$$i(t_2) \cdot C_M - k_M(\alpha_2) \cdot M_H = \frac{J_H \cdot \omega(t_2) \cdot [k_J(\alpha_2) - k_J(\alpha_1)]}{t_2 - t_1} + \frac{J_H \cdot k_J(\alpha_2) \cdot [\omega(t_3) - \omega(t_2)]}{t_2 - t_1}. \quad (5)$$

В уравнениях (3) и (5) неизвестными являются четыре параметра $k_M(\alpha_1), k_M(\alpha_2), k_J(\alpha_1)$ и $k_J(\alpha_2)$. Необходимые для вычисления этих величин два уравнения можно получить при движении механизма через углы α_1, α_2 и α_3 в том же направлении, но при другом значении частоты вращения, либо при движении механизма в обратном направлении. Уравнения имеют вид

$$i_2(t_1') \cdot C_M - k_M(\alpha_1) \cdot M_H = \frac{J_H \cdot \omega_2(t_1') \cdot [k_J(\alpha_2) - k_J(\alpha_1)]}{t_2' - t_1'} + \frac{J_H \cdot k_J(\alpha_1) \cdot [\omega_2(t_2') - \omega_2(t_1')]}{t_2' - t_1'}, \quad (6)$$

$$i_2(t_2') \cdot C_M - k_M(\alpha_2) \cdot M_H = \frac{J_H \cdot \omega_2(t_2') \cdot [k_J(\alpha_3) - k_J(\alpha_2)]}{t_3' - t_2'} + \frac{J_H \cdot k_J(\alpha_2) \cdot [\omega_2(t_3') - \omega_2(t_2')]}{t_3' - t_2'}, \quad (7)$$

где t_1', t_2', t_3' – моменты времени, когда механизм проходит соответственно углы положения α_1, α_2 и α_3 .

Если принять аналогично, что $\Delta t_2 = t_2' - t_1' = t_3' - t_2'$, то система уравнений примет вид

$$\left\{ \begin{aligned} i_1(t_1) \cdot C_M - k_M(\alpha_1) \cdot M_H &= \\ &= \frac{J_H \cdot \omega_1(t_1) \cdot [k_J(\alpha_2) - k_J(\alpha_1)]}{\Delta t_1} + \\ &+ \frac{J_H \cdot k_J(\alpha_1) \cdot [\omega_1(t_2) - \omega_1(t_1)]}{\Delta t_1}, \\ i_1(t_2) \cdot C_M - k_M(\alpha_2) \cdot M_H &= \\ &= \frac{J_H \cdot \omega_1(t_2) \cdot [k_J(\alpha_2) - k_J(\alpha_1)]}{\Delta t_1} + \\ &+ \frac{J_H \cdot k_J(\alpha_2) \cdot [\omega_1(t_3) - \omega_1(t_2)]}{\Delta t_1}, \\ i_2(t_1) \cdot C_M - k_M(\alpha_1) \cdot M_H &= \\ &= \frac{J_H \cdot \omega_2(t_1) \cdot [k_J(\alpha_2) - k_J(\alpha_1)]}{\Delta t_2} + \\ &+ \frac{J_H \cdot k_J(\alpha_1) \cdot [\omega_2(t_2) - \omega_2(t_1)]}{\Delta t_2}, \\ i_2(t_2) \cdot C_M - k_M(\alpha_1) \cdot M_H &= \\ &= \frac{J_H \cdot \omega_2(t_2) \cdot [k_J(\alpha_2) - k_J(\alpha_1)]}{\Delta t_2} + \\ &+ \frac{J_H \cdot k_J(\alpha_2) \cdot [\omega_2(t_3) - \omega_2(t_2)]}{\Delta t_2}. \end{aligned} \right. \quad (8)$$

Вычтем из первого уравнения системы (8) третье уравнение и из второго уравнения четвертое, получим

$$\begin{cases} E \cdot [k_J(\alpha_2) - k_J(\alpha_1)] + k_J(\alpha_1) \cdot C = A; \\ F \cdot [k_J(\alpha_2) - k_J(\alpha_1)] + k_J(\alpha_2) \cdot D = B, \end{cases} \quad (9)$$

где

$$\begin{aligned} A &= [i_1(t_1) - i_2(t_1')] \cdot C_M, \\ B &= [i_1(t_2) - i_2(t_2')] \cdot C_M, \\ C &= J_H \cdot \left[\frac{\omega_1(t_2) - \omega_1(t_1)}{\Delta t_1} - \frac{\omega_2(t_2') - \omega_2(t_1')}{\Delta t_2} \right], \\ D &= J_H \cdot \left[\frac{\omega_1(t_3) - \omega_1(t_2)}{\Delta t_1} - \frac{\omega_2(t_3') - \omega_2(t_2')}{\Delta t_2} \right], \\ E &= J_H \cdot \left[\frac{\omega_1(t_1)}{\Delta t_1} - \frac{\omega_2(t_1')}{\Delta t_2} \right], \\ F &= J_H \cdot \left[\frac{\omega_1(t_2)}{\Delta t_1} - \frac{\omega_2(t_2')}{\Delta t_2} \right]. \end{aligned}$$

Из системы (9), найдем

$$k_J(\alpha_1) = \frac{A \cdot (D - F) + B \cdot E}{(E + C) \cdot (D - F) + F \cdot E}. \quad (10)$$

Из первого уравнения системы (8), используя (9) и (10), найдем коэффициент момента сопротивления

$$k_M(\alpha_1) = \frac{L - M \cdot N - P}{M_H}, \quad (11)$$

где

$$L = i_1(t_1) \cdot C_M,$$

$$M = \frac{J_H \cdot \omega_1(t_1)}{\Delta t_1},$$

$$N = \frac{A - k_J(\alpha_1) \cdot C}{E},$$

$$P = \frac{J_H \cdot k_J(\alpha_1) \cdot [\omega_1(t_2) - \omega_1(t_1)]}{\Delta t_1}.$$

По выражениям (10) и (11) из результатов измерений вычисляются искомые коэффициенты для угла поворота α_1 . Для получения зависимостей $k_J(\alpha_1)$, $k_M(\alpha_1)$ расчеты выполняются для различных углов поворота с заданным шагом.

ПРОВЕРКА АНАЛИТИЧЕСКИХ РЕЗУЛЬТАТОВ НА ПУТЕМ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Проверка идентификации моментов сопротивления и инерции выполнялась на модели электропривода постоянного тока со следующими параметрами двигателя: $U_H = 220$ В, $I_H = 80,5$ А, $\omega_H = 104,72 \frac{\text{рад}}{\text{сек}}$, $J_H = 0,9$ кг · м², $C_M = 1,9$ Н/А, $R_{Я} = 0,618$ Ом, $L_{Я} = 0,105$ Гн. Использовались имеющиеся в электроприводе положения показания датчиков тока, частоты вращения и угла поворота. Зависимости момента инерции и момента сопротивления от угла поворота взяты следующими

$$k_J(\alpha) = 0,5 + e^{-0,2\alpha}, \quad (12)$$

$$k_M(\alpha) = 1 - e^{-0,1\alpha}. \quad (13)$$

Выполнялась полная отработка цикла работы механизма. Запоминались значения токов, частоты вращения в дискретные моменты времени для всех значений угла положения α при движении, как в прямом, так и обратном направлении. Измерения параметров в обоих направлениях выполнялись с одинаковым шагом дискретизации, что удобно при практической реализации измерений. Использование одинакового шага дис-

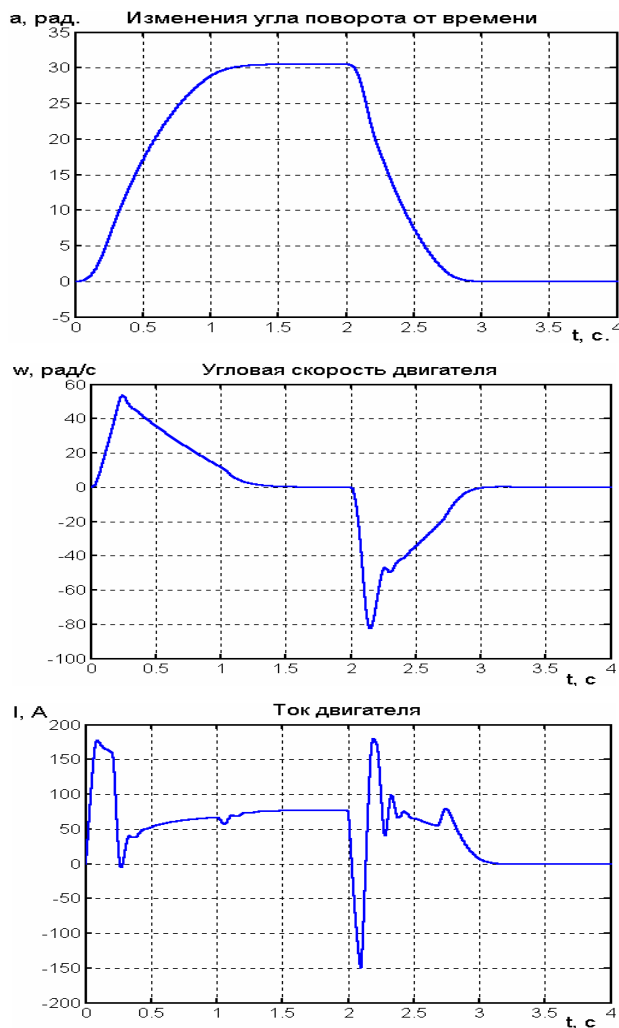


Рисунок 1 – Графики цикла работы механизма (угол поворота вала двигателя, частота вращения, ток двигателя)

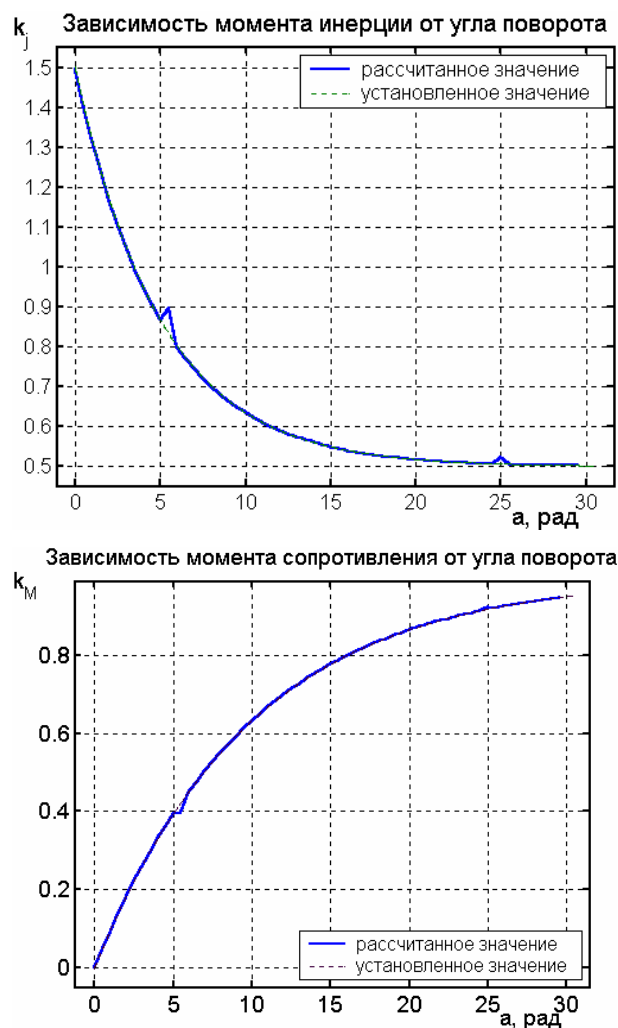


Рисунок 2 – Зависимости момента инерции и момента сопротивления от угла поворота для рассчитанных и замеренных значений

кретизации привело к необходимости вычисления Δt_2 и пересчета значений $i_2(t_2')$, $\omega_2(t_2')$, $\omega_2(t_3')$.

Результаты моделирования цикла работы механизма приведены на рисунке 1. Здесь показаны зависимости угла поворота, частоты вращения и тока якоря двигателя от времени. Результаты идентификации зависели от шага дискретизации, так как пересчет значений $i_2(t_2')$, $\omega_2(t_2')$, $\omega_2(t_3')$ в местах перегиба тока и частоты вращения приводит к неточному вычислению этих значений при линейной интерполяции. Повышение точности достигается интерполяцией более высокого порядка и уменьшением шага дискретизации. Для шага 10^{-5} секунды и линейной интерполяции результаты идентификации момента инерции и момента сопротивления представлены на рисунке 2. Увеличенные фрагменты этих зависимостей показаны на рисунке 3. На рисунках штриховыми линиями

обозначены принятые зависимости согласно (12) и (13) момента инерции и момента сопротивления от угла поворота. Непрерывными линиями показаны результаты идентификации этих параметров. Имеющиеся ошибки оценки для большей части диапазона для момента инерции и момента сопротивления не превышали 0,1 %. Использование в системе управления идентифицированных параметров с такой точностью позволяет значительно повысить качество управления.

ВЫВОДЫ

Рассмотрен способ идентификации в электроприводе постоянного тока момента инерции и момента сопротивления, значения которых зависят от угла поворота вала двигателя. Идентификация осуществляется в

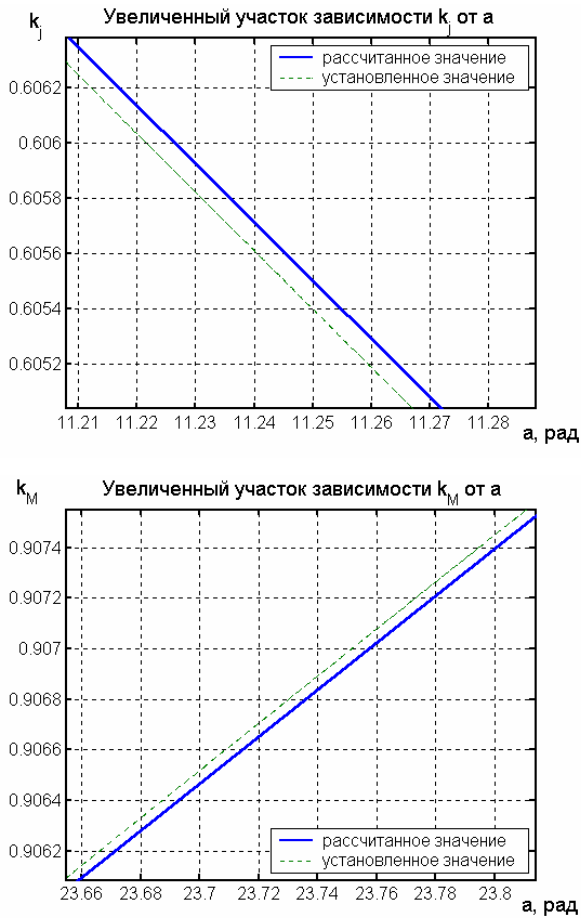


Рисунок 3 – Увеличенные фрагменты зависимостей момента инерции и момента сопротивления от угла поворота

течение цикла работы механизма. Результаты моделирования при малом шаге дискретизации показали высокую точность идентификации.

ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. Сисюк Г. Ю., Родькин Д. И., Королев Ю. Г. К вопросу об идентификации параметров тиристорных электроприводов постоянного тока на основе моделей энергообразования // Проблемы создания новых машин и технологий, Научные труды КГПИ. Кременчуг. – 1999. – № 2. – С. 47–50.
2. Родькин Д. И., Хараджян А. А., Михайлов С. В. Диагностика параметров двигателя постоянного тока при испытаниях // Проблемы создания новых машин и технологий. Научные труды КГПИ. Кременчуг. – 1998. – № 1. – 10 с.
3. Бешта О. С., Балахонцев О. В., Худолій С. С. Умови підвищення точності ідентифікації динамічних параметрів електропривода // Вісник Кременчуцького Державного політехнічного університету. – 2002. – № 1. – С. 426–427.
4. Орловский И. А. Определение параметров привода постоянного тока в режиме ограничения тока якоря / / Электротехника та електроенергетика. – 2002. – № 1. – С. 63–66.
5. Baruch I. S., Flores J. M., Garrido R. A fuzzy neural recurrent multi-model for systems identification and control // Proceeding of the European Control Conference. – 2001. – Pp. 3540–3545.

Надійшла 14.06.04

Після доробки 3.05.05

Розглянуто засіб ідентифікації у реальному часі моменту інерції і моменту опору механізму з приводом постійного струму, значення котрих залежать від кута повертання валу двигуна. Отриманні рівняння розрахунку моментів інерції та опору з показань датчиків струму та частоти обертання. Моделювання роботи електроприводу та ідентифікації параметрів підтвердили високу точність запропонованого засобу.

In real time has been considerate mode of identification inertia moment and resistance moment of mechanism with the direct current gear, there are meaning depend on angle of turn shaft of the motor. Taken equations for the calculation inertia moment and resistance moment by reading current pick-up and frequency rotation pick-up. Simulation of the work electric drive and the identification of parameters have confirmed high accuracy offered mode.