

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Запорізький національний технічний університет

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до виконання самостійної роботи
з курсу „Теоретична механіка. Статика”
для студентів механічних спеціальностей
денної та заочної форм навчання

Запоріжжя

2009

Методичні вказівки до виконання самостійної роботи з курсу „Теоретична механіка. Статика” для студентів механічних спеціальностей денної та заочної форм навчання/ Укл.: П.К. Штанько, С.Г. Саксонов, І.І. Кузьменко, О.Д. Лутова, Л.Ф. Дзюба, – Запоріжжя: ЗНТУ, 2009. – 54 с.

Укладачі: *П.К. Штанько*, доцент, к.т.н., ЗНТУ
С.Г. Саксонов, доцент, к.ф.-м.н., ЗНТУ
І.І. Кузьменко, доцент, к.т.н., ЗНТУ
О.Д. Лутова, ст. викл., ЗНТУ.
Л.Ф. Дзюба, доцент, к.т.н.,
Львівський державний університет БЖД

Комп’ютерна графіка
та верстка: *Г.А. Кот*

Рецензент: *Б.О. Трескунов*, доцент, к.т.н., ЗНТУ

Експерт: *Г.Д. Фурсіна*, доцент, к.т.н., ЗНТУ

Відповідальний
за випуск: *В.Г. Шевченко*, зав. кафедри механіки ЗНТУ,
доцент, к.т.н.

Видання перероблене та доповнене.

ЗАТВЕРДЖЕНО

на засіданні кафедри
механіки

Протокол № 1
від 27.08.2009 року

ЗМІСТ

ЗАГАЛЬНІ МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ	4
ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ	5
1 Завдання С.1 Визначення реакцій опор твердого тіла, завантаженого плоскою системою сил	5
1.1 Приклад виконання завдання	7
2 Завдання С.2 Визначення реакцій опор твердого тіла	9
2.1 Приклад виконання завдання	11
3 Завдання С.3 Визначення реакцій опор просторової конструкції	14
3.1 Приклад виконання завдання	16
4 Завдання С.4 Визначення реакцій опор просторової конструкції	19
4.1 Приклад виконання завдання	21
5 Завдання С.5 Визначення реакцій опор в конструкціях, завантажених довільно розташованими силами	25
6 Завдання С.6 Рівновага тіл з урахуванням сил тертя	35
6.1 Приклад виконання завдання	37
7 Завдання С.7 Визначення положення центра ваги тіла	40
7.1 Приклад виконання завдання	41
ЛІТЕРАТУРА	45
Додаток А В'язі та їх реакції	46
Додаток Б Проекції сили	50
Додаток В Моменти сил	51
Додаток Г Перелік питань до модульного контролю	53

ЗАГАЛЬНІ МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

Кожен студент виконує дві контрольні роботи, передбачені навчальною програмою дисципліни. Контрольна робота складається із завдань, наведених в цих методичних вказівках.

Викладач задає кожному студенту номер завдання.

Студент вибирає з відповідних таблиць вихідні дані до кожної задачі відповідно до трьох останніх цифр номера залікової книжки і перших трьох літер українського алфавіту, які слід розмістити під останніми трьома цифрами номера залікової книжки, наприклад,

номер залікої книжки – 0 1 5 0 7 2 ;

літери – а б в .

З кожного вертикального стовпця таблиці, позначеного внизу однією з трьох літер, слід вибрати лише одне число, що розміщене в ній в горизонтальному рядку, номер якої співпадає з номером букви.

Наприклад, з таблиці 1 при вказаному номері залікової книжки 015072 студент повинен взяти зі стовпця "в" – рядок 2, тобто схему II і $q=4$ кН/м, зі стовпця "б" – рядок 7, тобто $P=2$ кН, а зі стовпця "а" – рядок 0, тобто $M=5$ кН·м.

До виконання контрольної роботи слід приступати після вивчення відповідного розділу дисципліни і детального аналізу прикладів, наведених у рекомендованих підручниках.

Контрольну роботу слід виконувати відповідно до вимог стандарту СТП 15-96.

Перед розв'язуванням кожної задачі потрібно вписати повністю її умову з числовими даними, викреслити акуратний ескіз розрахункової схеми в масштабі і вказати на ньому позначення літерами та числовими значаннями тих величин, що необхідні для розрахунку.

Розв'язок кожної задачі потрібно супроводжувати короткими поясненнями і чіткими кресленнями та вказувати розмірності всіх величин, отриманих за розрахунками. Всі розрахунки виконувати до двох знаків після коми.

Після перевірки контрольної роботи студент повинен виправити в ній всі зазначені помилки і виконати всі вказівки викладача. Якщо робота не зарахована, потрібно в найкоротший термін виправити зазначені помилки і подати її повторно на перевірку. Усі виправлення, як в зарахованій, так і в незарахованій контрольних роботах, потрібно виконувати в тому самому зошиті після рецензії викладача. Виправляти потрібно тільки невірно розв'язані задачі.

До іспиту з дисципліни контрольна робота має бути зарахована.

ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

1 Завдання С.1 *Визначення реакцій опор твердого тіла, звантаженого плоскої системою сил*

Визначити реакції опор A і B бруса, якщо на нього діють:

- *зосереджена сила \bar{P} ;*
- *пара сил з моментом M ;*
- *рівномірно розподілене навантаження з інтенсивністю q .*

Виконати перевірку знайдених рішень.

Схеми навантаження наведені на рисунку 1.1, числові дані для розрахунку – в таблиці 1.1.

Таблиця 1.1

№ рядка	№ схеми	P , кН	M , кН·м	q , кН/м	Розміри, м		
					a	b	c
1	I	10	6	2	2	3	4
2	II	20	5	4	4	3	2
3	III	15	8	1	1	2	3
4	IV	5	2	1	3	1	2
5	V	20	12	2	2	3	4
6	VI	6	2	1	4	2	3
7	VII	2	4	2	3	1	1
8	VIII	20	10	4	4	3	2
9	IX	10	4	3	2	4	3
0	X	10	5	2	3	4	2
	<i>в</i>	<i>б</i>	<i>а</i>	<i>в</i>	<i>б</i>	<i>а</i>	<i>в</i>

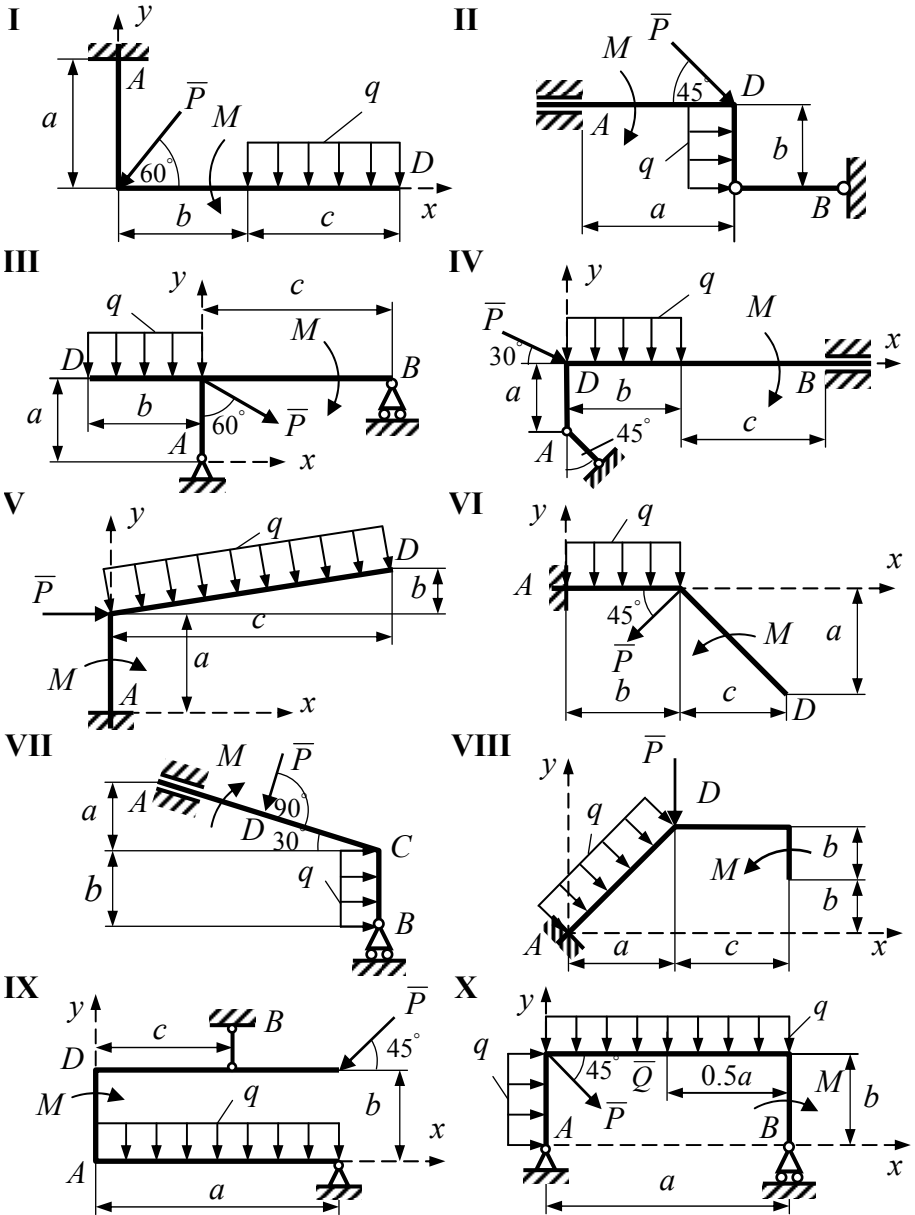


Рисунок 1.1

1.1 Приклад виконання завдання

Задача 1. Визначити реакції опор бруса, вісь якого – ламана лінія.

На брус діють:

- зосереджена сила $P=4$ кН;
- пара сил з моментом $M=6$ кН·м;
- рівномірно розподілене навантаження з інтенсивністю $q=5$ кН/м.

Навантаження бруса, а також розміри ділянок бруса (в метрах) показано на рис. 1.2, причому $a=2$ м, $b=2$ м, $c=2$ м.

Виконати перевірку визначених реакцій опор бруса.

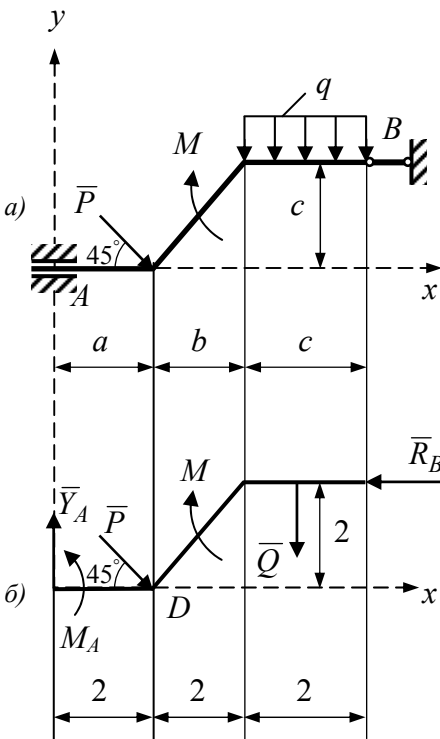


Рисунок 1.2

1.1.1 Розв'язування задачі

1.1.1.1 За вихідними даними викреслюємо у масштабі задану схему (рис. 1.2, а).

1.1.1.2 Виділяємо брус (рис. 1.2, б). Показуємо на схемі активні сили та моменти, звільняємо брус від в'язей, прикладаємо до нього відповідні реакції в'язей. Правильність вибору реакції перевіряємо за додатком А "В'язі та їх реакції". Дію ковзного затискання замінюємо реакцією \bar{Y}_A та парою сил з моментом M_A , а бішарнірну опору – реакцією \bar{R}_B .

1.1.1.3 Розглядаємо брус як тверде тіло, яке знаходиться у рівновазі під дією активних сил і реакцій в'язей.

1.1.1.4 Рівномірно розподілене навантаження q замінюємо зосередженою силою $Q=q \cdot c=5 \cdot 2=10$ кН.

1.1.1.5 Для визначення двох невідомих реакцій Y_A і R_B та реактивного моменту M_A запишемо рівняння рівноваги

$$\sum F_{kx} = 0; -R_B + P \cos 45^\circ = 0; \quad (1.1)$$

$$\sum F_{ky} = 0; Y_A - P \sin 45^\circ - Q = 0; \quad (1.2)$$

$$\sum M_A(\bar{F}_k) = 0; M_A - M - P \sin 45^\circ \cdot a - Q \cdot (a + b + c/2) + R_B \cdot c = 0. \quad (1.3)$$

Із рівняння (1.1) визначимо невідому реакцію R_B

$$R_B = P \cdot \cos 45^\circ; R_B = 2.83 \text{ кН.}$$

Із рівняння (1.2) визначимо невідому реакцію Y_A

$$Y_A = P \cdot \sin 45^\circ + Q = 4 \cdot 0.707 + 10 = 12.83 \text{ кН.}$$

Із рівняння (1.3) визначимо невідомий реактивний момент M_A

$$\begin{aligned} M_A &= M + P \cdot \sin 45^\circ \cdot a + Q(a + b + c/2) - R_B \cdot c = \\ &= 6 + 4 \cdot 0.707 \cdot 2 \cdot 10 \cdot 5 - 2.83 \cdot 2 = 56 \text{ кН.} \end{aligned}$$

Для перевірки правильності визначення реакцій запишемо рівняння моментів всіх сил, прикладених до бруса, відносно точки D

$$\begin{aligned} \sum M_D(\bar{F}_k) &= 0; \\ -Y_A \cdot 2 + M_A - M - Q \cdot 3 + R_B \cdot 2 &= -12.83 \cdot 2 + 56 - 6 - 10 \cdot 3 + 2.83 \cdot 2 = 0. \end{aligned}$$

Відповідь: $Y_A = 12.83 \text{ кН;}$

$M_A = 56.0 \text{ кН} \cdot \text{м;}$

$R_B = 2.83 \text{ кН.}$

2 Завдання С.2 Визначення реакцій опор твердого тіла

Визначити реакції опор A і B горизонтальної прямолінійної балки AB , якщо на неї діють:

- зосереджена сила \bar{F} ;
- пара сил з моментом M ;
- рівномірно розподілене навантаження з інтенсивністю q .

Виконати перевірку знайдених рішень.

Схеми навантаження наведені на рисунку 2.1, числові дані для розрахунку – в таблиці 2.1.

Таблиця 2.1

№ рядка	№ схеми	F , кН	q , кН/м	M , кН·м	l , м	a_1 , м	a_2 , м	α , рад
1	I	20	8	8	7	4	3	$\pi/6$
2	II	12	7.5	7.5	7.5	4	3	$\pi/4$
3	III	14	7	7	8	4	3	$\pi/3$
4	IV	16	6.5	6.5	8.5	3	2	$\pi/6$
5	V	18	6	6	9	3	2	$\pi/4$
6	VI	20	5.5	5.5	9.5	3	2	$\pi/3$
7	VII	22	5	5	10	2	2.5	$\pi/6$
8	VIII	24	4.5	4.5	10.5	2	2.5	$\pi/4$
9	IX	26	4	4	11	2	3.5	$\pi/3$
0	X	28	3.5	3.5	11.5	2	3.5	$\pi/6$
	<i>в</i>	<i>б</i>	<i>а</i>	<i>в</i>	<i>а</i>	<i>б</i>	<i>в</i>	<i>а</i>

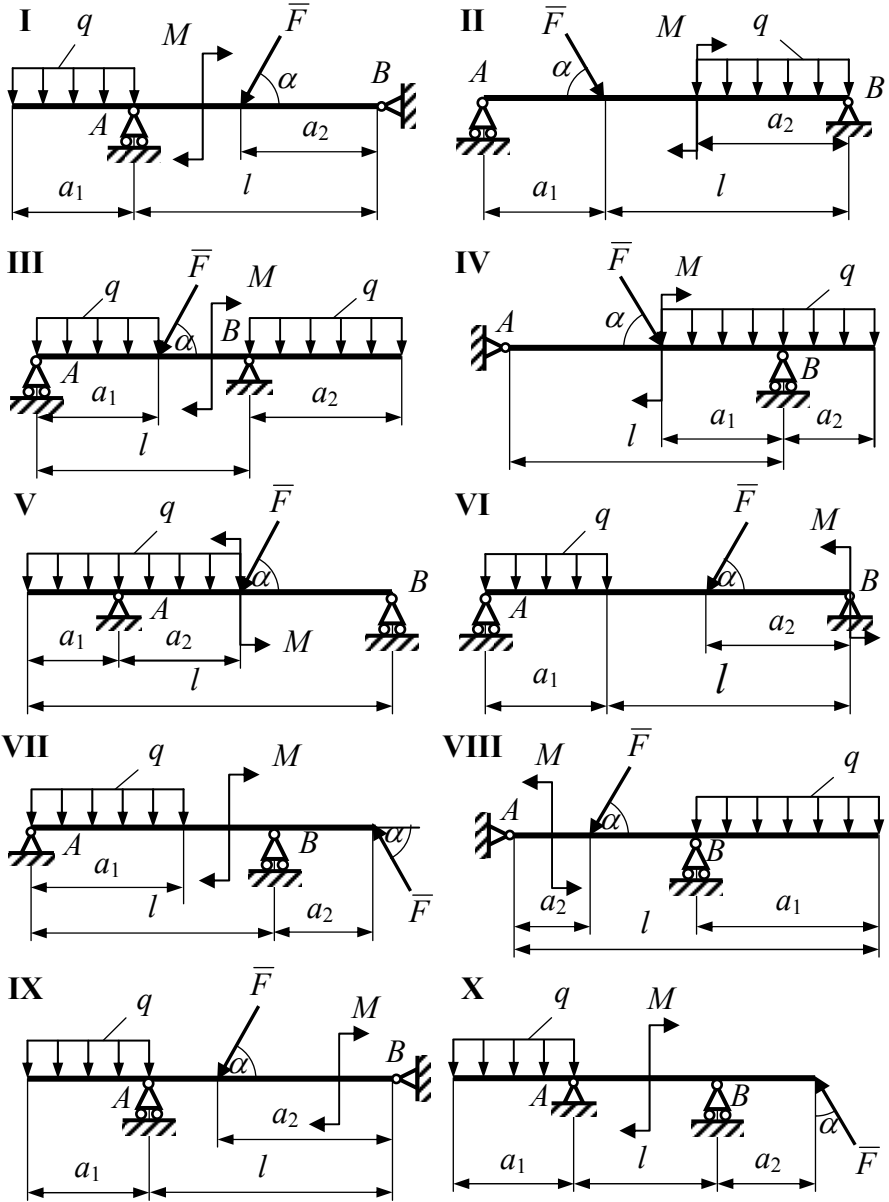


Рисунок 2.1

2.1 Приклад виконання завдання

Задача 2. Визначити реакції в шарнірно рухомій опрі A і в шарнірно нерухомій опорі B горизонтальної балки CB , якщо на неї діють:

- зосереджена сила $F=20$ кН;
- пара сил з моментом $M=10$ кН·м;
- рівномірно розподілене навантаження з інтенсивністю $q=5$ кН/м.

Задано також розміри ділянок балки (рис. 2.2): $a_1=2$ м, $a_2=2$ м, $a_3=3$ м, $l=4$ м, $\alpha=45^\circ$.

Виконати перевірку знайдених реакцій опор бруса.

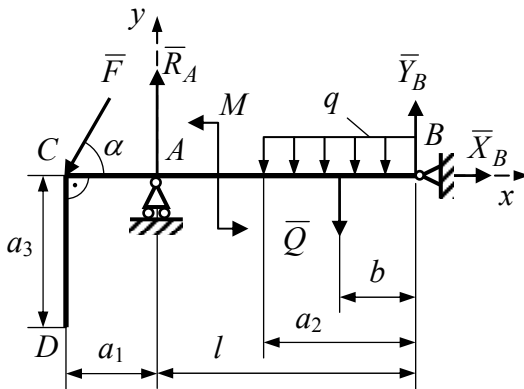


Рисунок 2.2

го відповідні реакції в'язей.

2.1.1.4 Розглянути рівновагу даного невідного твердого тіла як тіла вільного, що знаходиться під дією активних сил і реакцій в'язей.

2.1.1.5 Використати необхідні і достатні умови (рівняння) рівноваги відповідно до взаємного розміщення сил, прикладених до твердого тіла, та визначити шукані величини.

2.1.1 План розв'язування задачі

Розв'язування задач на рівновагу твердого тіла рекомендовано проводити в такому порядку.

2.1.1.1 Виділити тверде тіло, рівновагу якого слід розглянути.

2.1.1.2 Показати на рисунку активні сили.

2.1.1.3 Якщо тіло не вільне, то, застосувавши принцип звільнення від в'язей, прикласти до нього

2.1.2 Розв'язування задачі

2.1.2.1 Тілом, рівновагу якого потрібно розглянути, є горизонтальна балка.

2.1.2.2 До балки прикладена система довільно розташованих на площині зовнішніх навантажень:

- зосереджена сила \vec{F} ;
- зосереджений момент M ;
- рівномірно розподілене навантаження q .

Рівномірно розподілене навантаження q замінюємо зосередженою силою

$$Q = q \cdot a_2 = 5 \cdot 2 = 10 \text{ кН},$$

яка прикладена посередині ділянки дії розподіленого навантаження, тобто на відстані $b = \frac{a_2}{2} = \frac{2}{2} = 1$ м від опори B . Задані зовнішні активні сили показуємо на рисунку (рис. 2.2).

2.1.2.3 Оскільки балка не вільна, а оперта на дві опори (шарнірно рухомої опору A і шарнірно нерухомої опору B), то звільняємо її від в'язей і замінюємо їх дію реакціями. Дію шарнірно рухомої опору A замінимо реакцією R_A , яка є перпендикулярною до поверхні, по якій котяться котки, а дію опори B замінимо двома перпендикулярними реакціями \vec{X}_B і \vec{Y}_B .

2.1.2.4 Розглянемо рівновагу балки як вільного твердого тіла, що перебуває під дією довільної плоскої системи сил – заданих зовнішніх активних сил та реакцій в'язей. Виберемо в точці A початок декартової системи координат (вісь x – горизонтальна, вісь y – вертикальна).

2.1.2.5 Для визначення трьох невідомих реакцій X_B , Y_B , R_A запишемо три рівняння рівноваги (рівняння статички)

$$\sum F_{ix} = 0; \quad -F \cos \alpha + X_B = 0; \quad (2.1)$$

$$\sum M_A(\vec{F}_i) = 0; \quad F \sin \alpha \cdot a_1 + M - Q \cdot (l - b) + Y_B \cdot l = 0; \quad (2.2)$$

$$\sum M_B(\vec{F}_i) = 0; \quad F \sin \alpha \cdot (a_1 + l) - R_A \cdot l + M + Q \cdot b = 0. \quad (2.3)$$

Із рівняння (2.1) визначимо невідому реакцію X_B

$$X_B = F \cdot \cos \alpha = 20 \cdot \cos 45^\circ = 14.14 \text{ кН.}$$

Із рівняння (2.2) знаходимо реакцію Y_B

$$Y_B = \frac{1}{l} (-F \cdot \sin \alpha \cdot a_1 - M + Q(l-b)) = \frac{1}{4} (-20 \cdot \sin 45^\circ \cdot 2 - 10 + 10 \cdot 3) = -2.07 \text{ кН.}$$

Із рівняння (2.3) знаходимо реакцію R_A

$$R_A = \frac{1}{l} (F \cdot \sin \alpha (a_1 + l) + M + Q \cdot b) = \frac{1}{4} (-20 \cdot \sin 45^\circ \cdot 6 + 10 + 10 \cdot 1) = 26.21 \text{ кН.}$$

2.1.2.6 Проведемо перевірку правильності визначення реакцій. Запишемо рівняння моментів всіх сил, прикладених до балки, відносно точки D (рис. 2.2)

$$\sum M_{iD} = 0;$$

$$\begin{aligned} F \cdot \cos \alpha \cdot a_3 + R_A \cdot a_1 + M - Q(a_1 + l - b) + Y_B(a_1 + l) - X_B \cdot a_3 = \\ = 20 \cdot 0.707 \cdot 3 + 26.21 \cdot 2 + 10 - (2 + 4 - 1) + (-2.07)(2 + 4) - 42.42 = 0. \end{aligned}$$

Отже реакції визначені вірно.

3 Завдання С.3 Визначення реакцій опор просторової конструкції

Визначити реакції опор A і B просторової конструкції та прикладену до конструкції силу P . На конструкцію діють:

- сила ваги \bar{G} ;
- зосереджена сила \bar{Q} .

Виконати перевірку знайдених рішень.

Схеми конструкції, точки прикладання сил та їх напрямки показані на рисунку 3.1, числові дані для розрахунку наведені в таблиці 3.1.

Таблиця 3.1

№ рядка	№ схеми	Сили, кН		Розміри, м				
		Q	G	a	b	c	R	r
1	I	2	20	0.20	0.30	0.10	0.15	0.05
2	II	4	2	0.20	0.10	0.30	0.10	0.10
3	III	3	2	0.30	0.20	0.10	0.15	0.10
4	IV	5	3	0.30	0.40	0.20	0.20	0.15
5	V	5	3	0.20	0.15	0.10	0.30	0.20
6	VI	4	2	0.20	0.30	0.10	0.15	0.10
7	VII	10	5	0.40	0.30	0.20	0.25	0.15
8	VIII	3	2	0.60	0.20	0.40	0.20	0.05
9	IX	2	1	0.15	0.10	0.20	0.20	0.05
0	X	5	1	0.40	0.40	0.10	0.20	0.05
	<i>в</i>	<i>в</i>	<i>б</i>	<i>а</i>	<i>в</i>	<i>а</i>	<i>б</i>	<i>б</i>

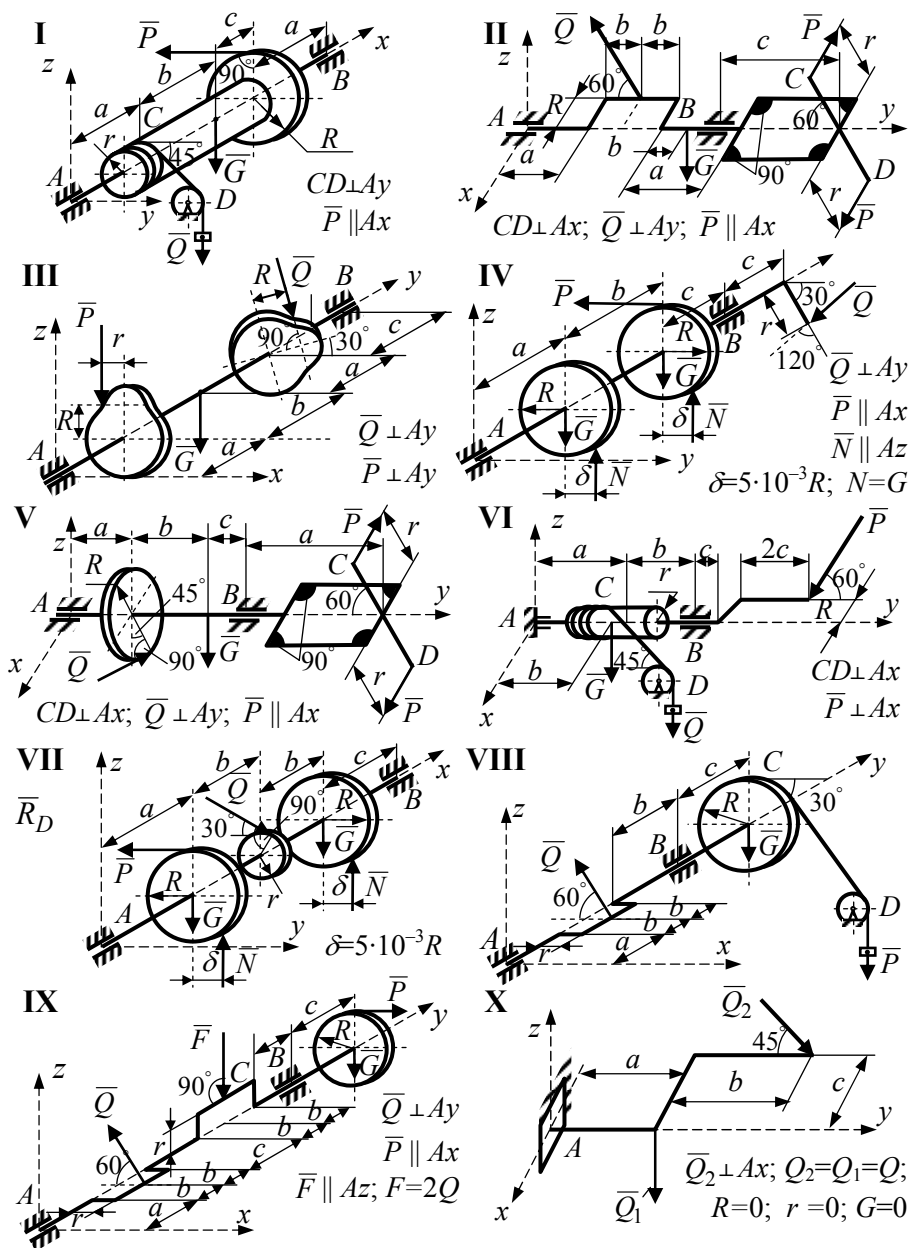


Рисунок 3.1

3.1 Приклад виконання завдання

Задача 3. Визначити реакції опор A і B колінчастого вала та прикладену силу \bar{P} . На вал діють:

- зосереджена сила \bar{Q} ;
- сила ваги \bar{G} .

Вихідні дані (рис. 3.2): $Q=5$ кН, $G=2$ кН, $a=0.30$ м, $b=0.20$ м, $c=0.10$ м, $R=0.20$ м, $r=0.10$ м.

Виконати перевірку знайдених реакцій опор вала.

3.1.1 Розв'язування задачі

3.1.1.1 За вихідними даними викреслюємо у масштабі задану схему (рис. 3.2, а).

3.1.1.2 Виділяємо вал, показуємо на схемі (рис. 3.2, б) активні сили \bar{G} , \bar{P} і $\bar{F} = \bar{Q}$, звільняємо вал від в'язей, прикладаємо замість опор відповідні реакції в'язей. Правильність вибору реакцій \bar{X}_A , \bar{Y}_A , \bar{Z}_A ,

\bar{X}_B , \bar{Y}_B перевіряємо за додатком А ”В’язі та їх реакції“.

3.1.1.3 Розглядаємо вал як тверде тіло, яке перебуває у рівновазі під дією активних сил і реакцій в’язей.

3.1.1.4 Обчислюємо попередньо значення проєкцій всіх сил на координатні осі x , y , z і їх моментів відносно цих осей. Заносимо отримані дані в таблицю 3.2.

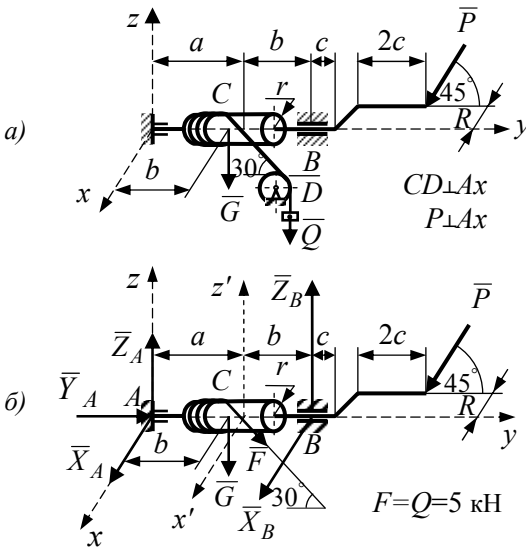


Рисунок 3.2

Таблиця 3.2

\bar{F}_k	\bar{F}	\bar{G}	\bar{P}	\bar{R}_A	\bar{R}_B
F_{kx}	0	0	0	X_A	X_B
F_{ky}	$F \cdot \cos 30^\circ$	0	$-P \cdot \cos 45^\circ$	Y_A	0
F_{kz}	$-F \sin 30^\circ$	$-G$	$-P \sin 45^\circ$	Z_A	Z_B
$M_x(\bar{F}_k)$	$-F \cdot \sin 30^\circ \cdot a$	$-G \cdot b$	$-P \sin 45^\circ \cdot (a+b+3c)$	0	$Z_B \cdot (a+b)$
$M_y(\bar{F}_k)$	$F \cdot \sin 30^\circ \cdot r$	0	$-P \cdot \sin 45^\circ \cdot R$	0	0
$M_z(\bar{F}_k)$	$F \cdot \cos 30^\circ \cdot r$	0	$P \cdot \cos 45^\circ \cdot R$	0	$-X_B \cdot (a+b)$

3.1.1.5 Запишемо умови рівноваги у загальному вигляді

$$\sum F_{kx} = 0; \quad X_A + X_B = 0; \quad (3.1)$$

$$\sum F_{ky} = 0; \quad F \cdot \cos 30^\circ - P \cdot \cos 45^\circ + Y_A = 0; \quad (3.2)$$

$$\sum F_{kz} = 0; \quad -F \cdot \sin 30^\circ - G - P \cdot \sin 45^\circ + Z_A + Z_B = 0; \quad (3.3)$$

$$\sum M_x(\bar{F}_k) = 0; \quad -F \cdot \sin 30^\circ \cdot a - G \cdot b - P \cdot \sin 45^\circ \cdot (a+b+3c) + Z_B \cdot (a+b) = 0; \quad (3.4)$$

$$\sum M_y(\bar{F}_k) = 0; \quad F \cdot \sin 30^\circ \cdot r - P \cdot \sin 45^\circ \cdot R = 0; \quad (3.5)$$

$$\sum M_z(\bar{F}_k) = 0; \quad F \cdot \cos 30^\circ \cdot r + P \cdot \cos 45^\circ \cdot R - X_B \cdot (a+b) = 0; \quad (3.6)$$

Із рівняння (3.5) визначаємо P ($Q=F=5$ кН).

$$P = \frac{F \sin 30^\circ r}{R \sin 45^\circ} = \frac{5 \cdot 0.5 \cdot 0.1}{0.2 \cdot 0.707} = 1.77 \text{ кН.}$$

Із рівняння (3.2) визначимо невідому реакцію Y_A

$$Y_A = P \cdot \cos 45^\circ - F \cdot \cos 30^\circ = 1.77 \cdot 0.707 - 5 \cdot 0.5 = -1.25 \text{ кН.}$$

Із рівняння (3.4) визначимо Z_B

$$Z_B = \frac{F \cdot a \cdot \sin 30^\circ + G \cdot b + P \cdot (a + b + 3c) \sin 45^\circ}{a + b} =$$

$$= \frac{5 \cdot 0.3 \cdot 0.5 + 2 \cdot 0.2 + 1.77 \cdot 0.8 \cdot 0.707}{0.5} = 4.3 \text{ кН.}$$

Із рівняння (3.3) визначимо Z_A

$$Z_A = F \cdot \sin 30^\circ + G + P \cdot \sin 45^\circ - Z_B = 5 \cdot 0.5 + 2 + 1.77 \cdot 0.707 - 4.3 = 1.45 \text{ кН.}$$

Із рівняння (3.6) визначимо X_B

$$X_B = \frac{F \cdot \cos 30^\circ \cdot r + P \cdot \cos 45^\circ \cdot R}{a + b} =$$

$$= \frac{5 \cdot 0.866 \cdot 0.1 + 1.77 \cdot 0.707 \cdot 0.2}{0.5} = 1.37 \text{ кН.}$$

Із рівняння (3.1) $X_A = -X_B = -1.37 \text{ кН.}$

Відповідь: $X_A = -1.37 \text{ кН;}$ $Y_A = -1.25 \text{ кН;}$ $Z_A = -1.45 \text{ кН;}$
 $X_B = -1.37 \text{ кН;}$ $Y_B = 0;$ $Z_B = 4.3 \text{ кН.}$

3.1.1.6 Для перевірки правильності визначення величини сили P та реакцій X_A, X_B запишемо суму моментів всіх сил відносно осі $z' \parallel z$.

$$\sum M_{z'}(\bar{F}_k) = 0;$$

$$X_A \cdot a + F \cdot \cos 30^\circ \cdot r - X_B \cdot b + P \cdot \cos 45^\circ \cdot R =$$

$$= -1.37 \cdot 0.3 + 5 \cdot 0.866 \cdot 0.1 - 1.37 \cdot 0.2 + 1.77 \cdot 0.707 \cdot 0.2 = 0.$$

Для перевірки правильності визначення Z_A, Z_B та P запишемо суму моментів всіх сил відносно осі $x' \parallel x$.

$$\sum M_{x'}(\bar{F}_k) = 0;$$

$$-Z_A \cdot a + G \cdot (a - b) - P \cdot \sin 45^\circ \cdot (b + 3c) + Z_B \cdot b =$$

$$= -1.45 \cdot 0.3 + 2 \cdot 0.1 - 1.77 \cdot 0.707(0.2 + 0.3) + 4.3 \cdot 0.2 = 0.$$

4 Завдання С.4 Визначення реакцій опор просторової конструкції

Визначити реакції опор A і B конструкції, на яку діють:

- сила ваги \bar{G}
- зосереджена сила \bar{Q} ;
- натяги \bar{T} і \bar{t} ведучої та ведомої віток паса.

Виконати перевірку знайдених рішень.

Схеми конструкцій, точки прикладання сил та їх напрям показані на рисунку 4.1, числові дані сил та розміри конструкцій – у таблиці 4.1.

Таблиця 4.1

№ рядка	№ схеми	Сили, кН/м			Розміри, м				
		Q	T	G	a	b	c	R	r
1	I	1	4	2	0.40	0.30	0.20	0.20	0.10
2	II	2	3	1	0.30	0.10	0.05	0.15	0.05
3	III	4	6	3	0.20	0.40	0.15	0.20	0.10
4	IV	1	4	2	0.30	0.40	0.20	0.20	0.10
5	V	2	2	1	0.20	0.30	0.15	0.15	0.10
6	VI	2	2	3	0.30	0.90	0.20	0.30	0.10
7	VII	3	8	2	0.20	0.30	0.40	0.20	0.015
8	VIII	4	4	3	0.15	0.20	0.15	0.15	0.10
9	IX	3	5	4	0.30	0.20	0.10	0.30	0.10
0	X	2	2	3	0.20	0.30	0.10	0.25	0.05
	<i>в</i>	<i>в</i>	<i>б</i>	<i>а</i>	<i>в</i>	<i>б</i>	<i>а</i>	<i>в</i>	<i>б</i>

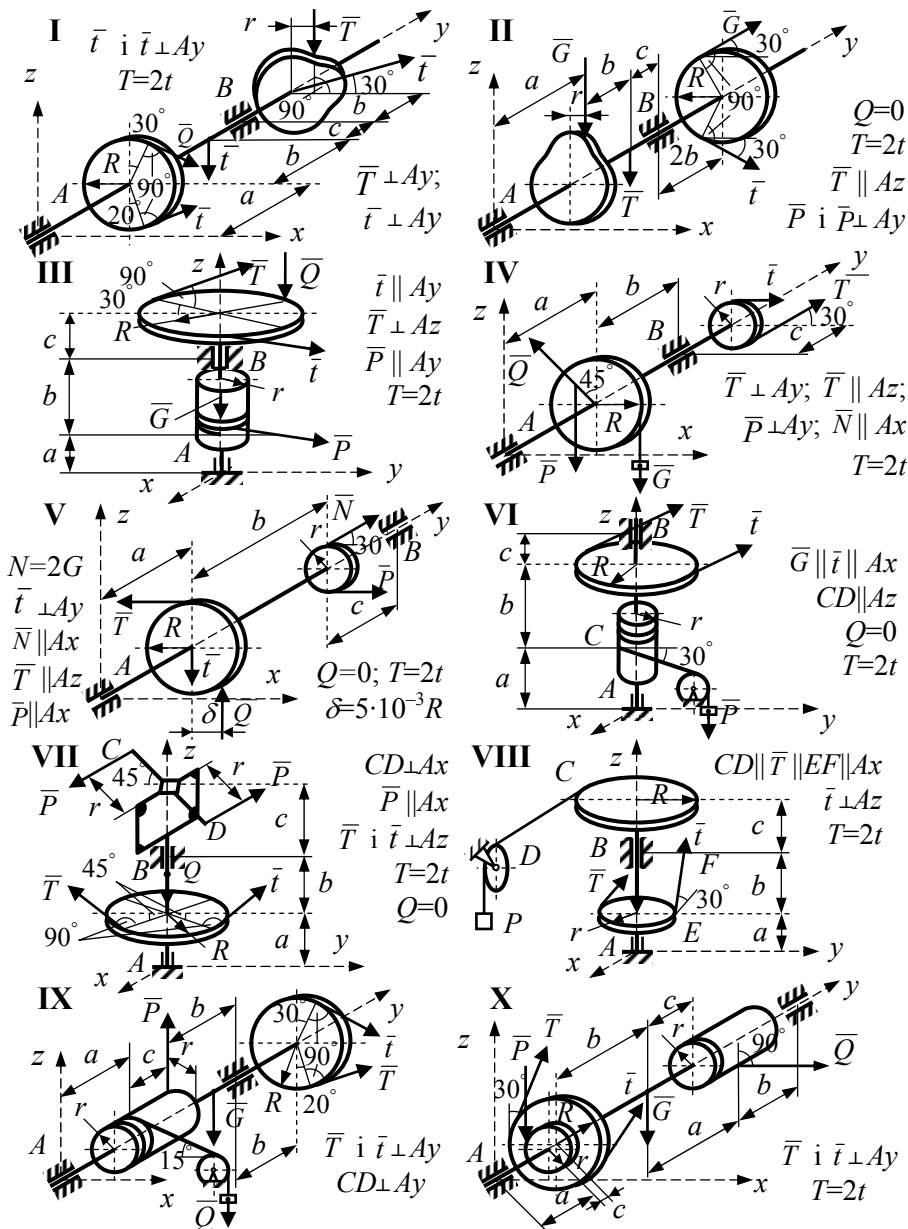


Рисунок 4.1

4.1 Приклад виконання завдання

Задача 4. Визначити реакції опор колінчастого вала та прикладену силу \bar{P} . На вал діють:

- зосереджена сила $Q=20$ кН;
- сила ваги вала $G=10$ кН;
- натяг паса $T=10$ кН і $T=2t$ (рис. 4.2, а).

Розміри конструкції: $a=0.5$ м, $b=3$ м, $c=0.3$ м, $R=0.2$ м, $r=0.1$ м.
Виконати перевірку знайдених реакцій та сили P .

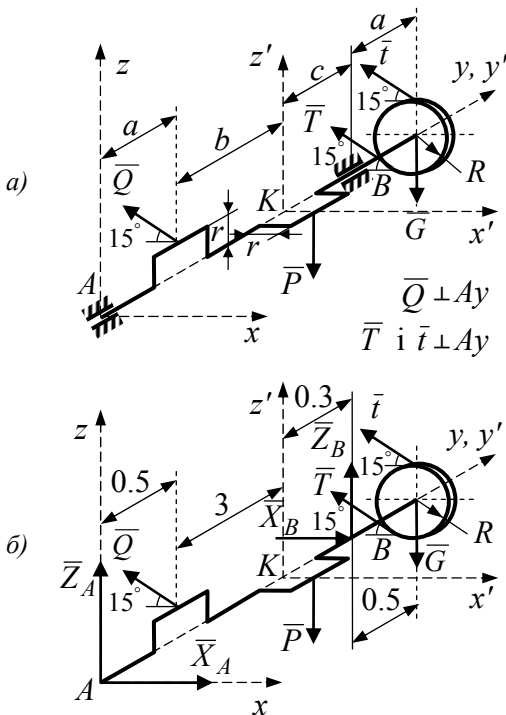


Рисунок 4.2

4.1.1 Розв'язування задачі

4.1.1.1 За вихідними даними викреслюємо у масштабі задану схему (рис. 4.2, а).

4.1.1.2 Виділяємо вал (рис. 4.2, б). Показуємо на схемі активні сили, звільняємо вал від в'язей, прикладаємо замість опор відповідні реакції в'язей. Правильність вибору реакцій перевіряємо за додатком А "В'язі та їх реакції".

4.1.1.3 Розглядаємо вал як тверде тіло, яке перебуває у рівновазі під дією активних сил \bar{Q} , \bar{P} , \bar{G} , \bar{T} , \bar{t} і реакцій в'язей \bar{X}_A , \bar{Z}_A , \bar{X}_B , \bar{Z}_B .

4.1.1.4 Для умов рівноваги визначаємо попередньо і записуємо в таблицю 4.2

значення проєкцій всіх сил на координатні осі і їх моментів відносно цих осей.

Таблиця 4.2

\bar{F}_k	\bar{Q}	\bar{T}	\bar{t}	\bar{P}	\bar{R}_A	\bar{R}_B	\bar{G}
F_{kx}	$-Q\cos 15^\circ$	$-T\cos 15^\circ$	$-t\cdot\cos 15^\circ$	0	X_A	X_B	0
F_{ky}	0	0	0	0	0	0	0
F_{kz}	$Q\sin 15^\circ$	$T\sin 15^\circ$	$t\cdot\sin 15^\circ$	$-P$	Z_A	Z_B	$-G$
$M_x(\bar{F}_k)$	$Q\sin 15^\circ\cdot a$	$T\sin 15^\circ\cdot(2a+b+c)$	$t\cdot\sin 15^\circ(2a+b+c)$	$-P(a+b)$	0	$Z_B\cdot(a+b+c)$	$-G(2a+b+c)$
$M_y(\bar{F}_k)$	$-Q\cos 15^\circ\cdot r$	$T\cdot R$	$-t\cdot R$	$P\cdot r$	0	0	0
$M_z(\bar{F}_k)$	$Q\cos 15^\circ\cdot a$	$T\cos 15^\circ(2a+b+c)$	$t\cdot\cos 15^\circ(2a+b+c)$	0	0	$-X_B\cdot(a+b+c)$	0

4.1.1.5 Запишемо умови рівноваги у загальному вигляді

$$\sum F_{kx} = 0; \quad X_A + X_B - Q\cos 15^\circ - T\cos 15^\circ - t\cdot\cos 15^\circ = 0; \quad (4.1)$$

$$\sum F_{ky} = 0; \quad (4.2)$$

$$\sum F_{kz} = 0; \quad +Z_A + Z_B - G + Q\sin 15^\circ + T\sin 15^\circ + t\cdot\sin 15^\circ - P = 0; \quad (4.3)$$

$$\begin{aligned} \sum M_x(\bar{F}_k) = 0; \quad & Z_B\cdot(a+b+c) + Q\sin 15^\circ\cdot a + T\sin 15^\circ\cdot(2a+b+c) + \\ & + t\cdot\sin 15^\circ(2a+b+c) - P(a+b) - \\ & - G\cdot(2a+b+c) = 0; \end{aligned} \quad (4.4)$$

$$\sum M_y(\bar{F}_k) = 0; \quad -Q\cos 15^\circ\cdot r + T\cdot R - t\cdot R + P\cdot r = 0; \quad (4.5)$$

$$\begin{aligned} \sum M_z(\bar{F}_k) = 0; \quad & -X_B\cdot(a+b+c) + Q\cos 15^\circ\cdot a + T\cos 15^\circ\cdot(2a+b+c) + \\ & + t\cdot\cos 15^\circ(2a+b+c) = 0. \end{aligned} \quad (4.6)$$

Враховуючи, що $\cos 15^\circ = 0.966$, із рівняння (4.5) визначаємо P

$$\begin{aligned} P &= \frac{Q \cdot \cos 15^\circ \cdot r - T \cdot R + t \cdot R}{r} = \\ &= \frac{20 \cdot 0.966 \cdot 0.1 - 10 \cdot 0.2 + 5 \cdot 0.2}{0.1} = 9.32 \text{ кН}; \end{aligned}$$

Враховуючи, що $\sin 15^\circ = 0.259$, із рівняння (4.4) знаходимо Z_B

$$\begin{aligned} Z_B &= \frac{-Q \sin 15^\circ \cdot a - 1.5T \sin 15^\circ (2a + b + c)}{a + b + c} + \\ &+ \frac{P(a + b) + G(2a + b + c)}{a + b + c} = \\ &= \frac{-20 \cdot 0.259 \cdot 0.5 - 1.5 \cdot 10 \cdot 0.259 \cdot 4.3}{3.8} + \\ &+ \frac{9.32 \cdot 3.5 + 10 \cdot 4.3}{3.8} = 14.82 \text{ кН}. \end{aligned}$$

Із рівняння (4.3) визначимо Z_A

$$\begin{aligned} Z_A &= G - Z_B - Q \sin 15^\circ - 1.5T \sin 15^\circ + P = \\ &= 10 - 14.82 - 20 \cdot 0.259 - 1.5 \cdot 10 \cdot 0.259 + 9.32 = -4.565 \text{ кН}. \end{aligned}$$

Із рівняння (4.6) знаходимо X_B

$$\begin{aligned} X_B &= \frac{Q \cos 15^\circ \cdot a + 1.5T \cos 15^\circ (2a + b + c)}{a + b + c} = \\ &= \frac{20 \cdot 0.966 \cdot 0.5 + 1.5 \cdot 10 \cdot 0.966 \cdot 4.3}{3.8} = 18.94 \text{ кН}. \end{aligned}$$

Із рівняння (4.1) визначимо X_A

$$\begin{aligned}
 X_A &= -X_B + Q \cos 15^\circ + 1.5T \cos 15^\circ = \\
 &= -18.94 + 20 \cdot 0.966 + 1.5 \cdot 10 \cdot 0.966 = 14.87 \text{ кН}.
 \end{aligned}$$

Відповідь: $X_A = 14.87 \text{ кН}; \quad Z_A = -4.565 \text{ кН}; \quad P = 9.32 \text{ кН};$
 $X_B = 18.94 \text{ кН}; \quad Z_B = 14.82 \text{ кН}.$

4.1.1.6 Виконаємо перевірку отриманих результатів.

Для цього візьмемо допоміжну систему координат $x' y' z'$ з полюсом в точці K (рис. 4.2). Запишемо суми моментів всіх сил, які діють на вал, відносно осі z' , а потім відносно осі x'

$$\sum M_{z'}(\bar{F}_k) = 0;$$

$$\sum M_{x'}(\bar{F}_k) = 0;$$

$$\begin{aligned}
 X_A(a+b) - Q \cdot \cos 15^\circ \cdot b - X_B \cdot c + (T+t) \cdot \cos 15^\circ \cdot (a+c) = \\
 = 14.87 \cdot 3.5 - 20 \cdot 0.966 \cdot 3 - 18.94 \cdot 0.3 + 15 \cdot 0.966 \cdot 0.8 = 0.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 -Z_A(a+b) - Q \cdot \sin 15^\circ \cdot b + Z_B \cdot c + (T+t) \cdot \sin 15^\circ \cdot (a+c) - G(a+c) = \\
 = 4.565 \cdot 3.5 - 20 \cdot 0.259 \cdot 3 + 14.82 \cdot 0.3 + 15 \cdot 0.259 \cdot 0.8 - 10 \cdot 0.8 = 0.
 \end{aligned}$$

Перевірка показала, що сили P, X_A, X_B, Z_A, Z_B визначені вірно.

5 Завдання С.5 Визначення реакцій опор в конструкціях, завантажених довільно розташованими силами

На конструкціях, які показані на рисунку 5.1, діють сили \bar{P} , \bar{G} і розподілене навантаження q . На деякі конструкції діє пара сил з моментом M . Сила \bar{P} – вага тіла. Сила \bar{G} розташована в площині, вказаній на схемі, її положення визначається кутом θ .

Визначити реакції опор і зусилля у невагомих важелях.

Схеми конструкцій наведені на рисунку 5.1, а необхідні для розрахунків числові дані – в таблицях 5.1, 5.2.

Варіант завдання задає викладач

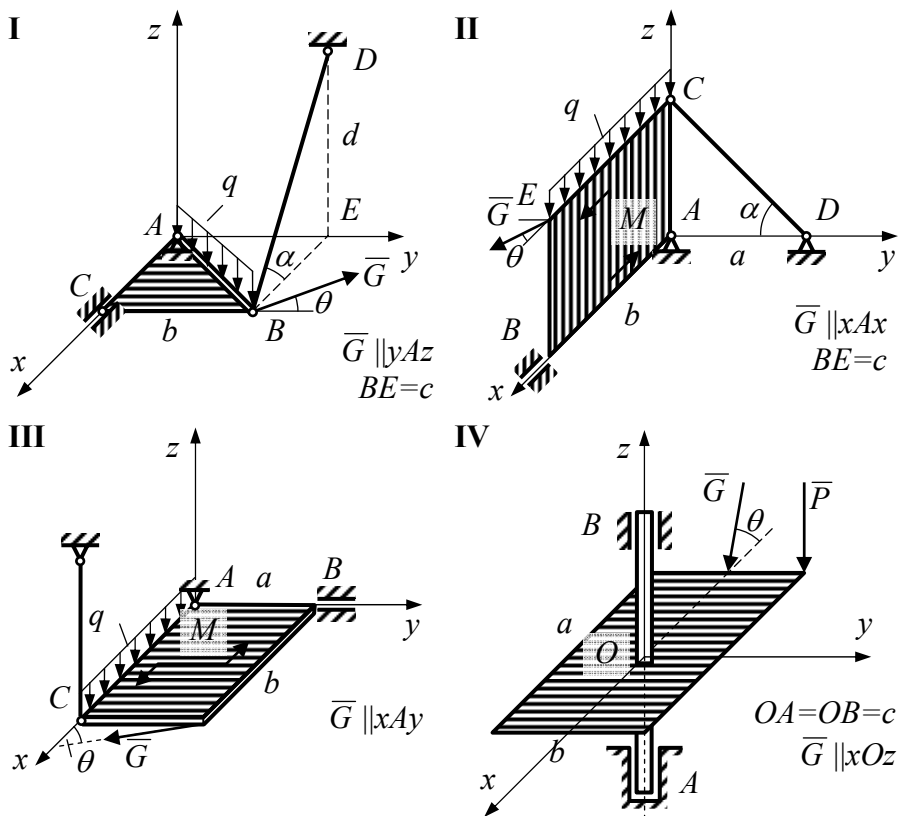
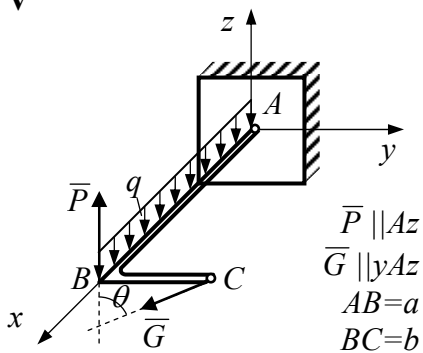
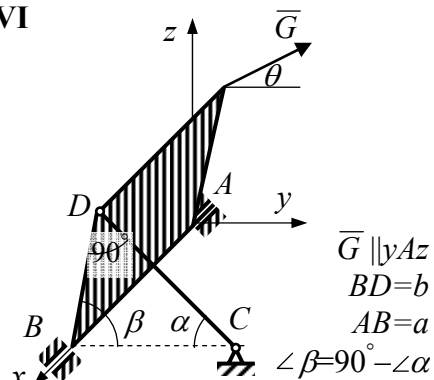


Рисунок 5.1

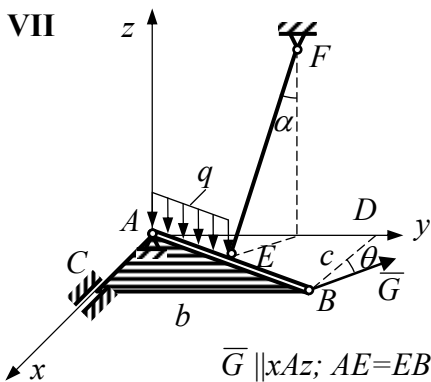
V



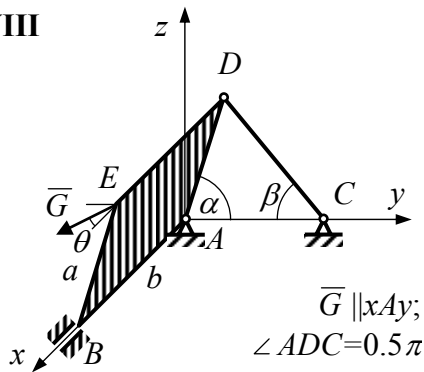
VI



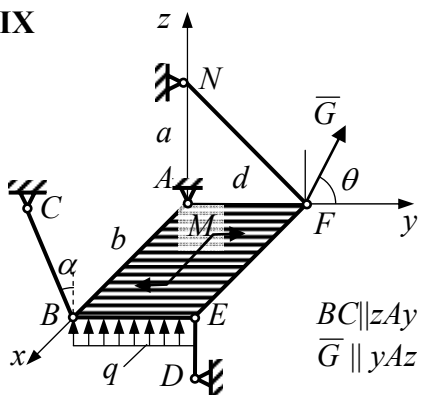
VII



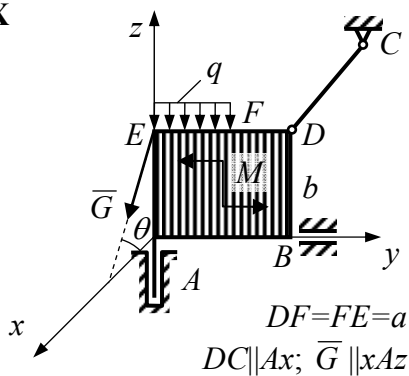
VIII



IX



X



Продовження рисунка 5.1

